

*Workshop Spaziali: un ciclo di eventi  
per non avere paura dell'open source.*

**Sistemi di riferimento e GIS.**

---

**Come muoversi?**

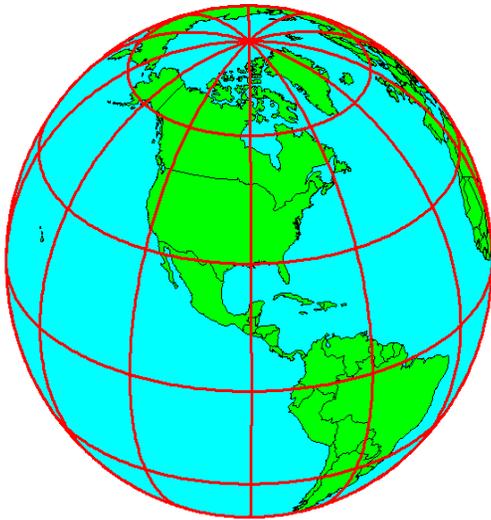
**Paolo DABOVE  
Federico GIANOLI  
Stefano CAMPUS**

# Di cosa andremo a parlare oggi?

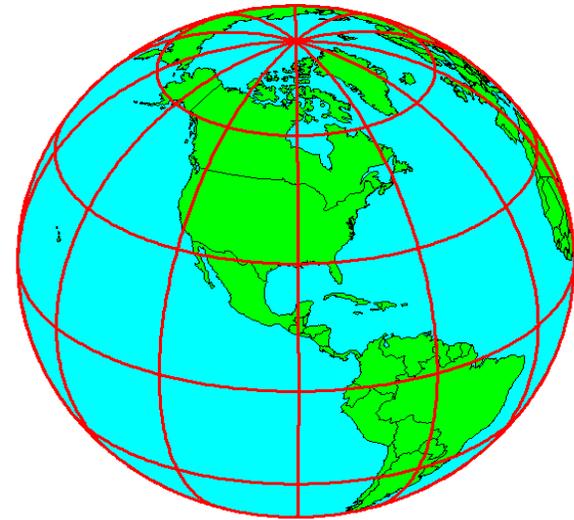
- **Geodesia – la forma della Terra e la definizione dei datums**
- I sistemi di riferimento e i Sistemi di coordinate
- Le proiezioni cartografiche

# La forma della Terra e la sua approssimazione

In prima approssimazione:  
Una sfera



In realtà: uno sferoide, un po' più largo  
all'equatore che ai poli



La Terra non è rotonda (?)

# La forma della Terra e la sua approssimazione

1. piano
  - Cartografie grande scala
  - Aree piccole dimensioni
  - Rilievi ingegneristici
2. sfera
  - Cartografie a piccolo scala, bassa accuratezza
  - Analisi geografiche
  - Calcoli per rilievi (media accuratezza)
3. ellissoide
  - Rilievi di precisione
  - Calcoli per rilievi geodetici
4. geoide
  - Componenti altimetriche
  - Determinazione orbite satellitari
  - Calcoli per rilievi geodetici (elevate accuratezza)

## **Il vero problema è: il posizionamento**

Determinare la posizione di un punto nello spazio tramite delle misure.

Necessità:

Fissare i gradi di libertà del problema: ma quali sono?

**Serve definire un sistema di riferimento**

# Il riassunto dei DoF nelle reti geodetiche terrestri

Reti di livellazione (1D)

Una traslazione altimetrica

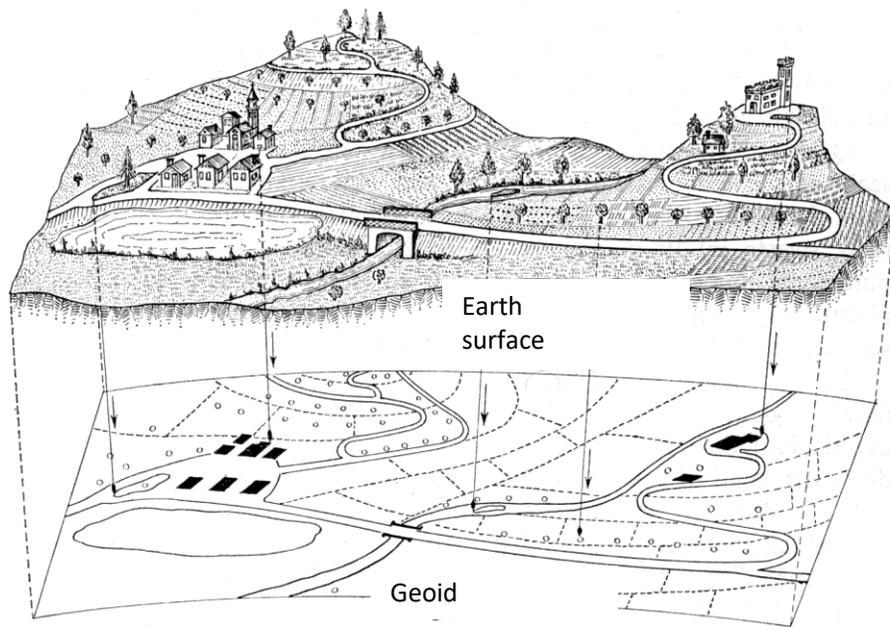
Reti planimetriche (distanze orizzontali e angoli - 2D)

Due traslazioni ed una rotazione

Reti plano-altimetriche (distanze inclinate e angoli 3D)

Tre traslazioni e tre rotazioni

## Com'è possibile rappresentare la superficie terrestre?



È veramente difficile rappresentare la superficie terrestre con un'equazione analitica.

È molto difficile (o praticamente impossibile) definire angoli, distanze, aree, volumi, ect.

**È fondamentale definire una superficie di riferimento!**

La prima ipotesi è quella di proiettare i punti “reali” in maniera ortogonale rispetto ad una superficie ideale. **Questa superficie è detta GEOIDE.**

**Bisogna però accettare una semplificazione di modello ed alcune condizioni iniziali.**

## Il geoide

Geoide: superficie equipotenziale della forza di gravità, passante per il livello medio del mare in quiete, depurato dei moti ondosi ...

solido teorico che rappresenta idealmente la Terra, la cui superficie è in ogni punto perpendicolare alla direzione della gravità

$$\vec{g} = g(XYZ) \quad \text{ammette potenziale} = dW = \vec{g} \bullet d\vec{P}$$

$$W = \text{constant} \quad dW = 0 \quad \Rightarrow \quad g \bullet dP = 0$$

$$W = V + v$$

$$V = G \iiint \frac{\rho(x, y, z) d\tau}{\sqrt{(x-a)^2 + (x-b)^2 + (x-c)^2}} \quad \text{Potenziale gravitazionale}$$

$$v = \frac{\omega^2 r}{2} = v(x, y) \quad \text{Potenziale centrifugo}$$



Essendo  $V$  una funzione armonica, siamo certi di poter sviluppare  $V$  in serie di armoniche sferiche

## Dal geode all'ellissoide

Esprimendo il potenziale gravitazionale arrestando lo sviluppo armonico all'ordine  $n=2$  e grado  $m=2$ , si ottiene:

$$V = V' + T$$

Potenziale anomalo  
potenziale residuo di ordine  
e grado superiore a 3

$$W = \underbrace{V' + v}_{U} + T$$

$$W = U + T$$

Potenziale normale

Il potenziale di gravità è la somma del potenziale normale e del potenziale anomalo.

L'equazione del geode non si può risolvere in maniera analitica: una buona approssimazione per la componente planimetrica è l'ellissoide di rotazione!

# L'ellissoide

L'equazione dell'ellissoide di rotazione è:

$$\frac{X^2 + Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 1$$

L'ellissoide è una superficie equipotenziale della gravità normale:

$$\vec{\gamma} = \text{grad}(U) \Rightarrow \left( \gamma_x = \frac{\delta U}{\delta X}, \gamma_y = \frac{\delta U}{\delta Y}, \gamma_z = \frac{\delta U}{\delta Z} \right)$$

dove  $a$  e  $c$  sono rispettivamente il semiasse polare ed equatoriale

$$\vec{\gamma} = \vec{g} - \Delta\vec{g} \quad \text{dove } \Delta g \text{ viene detta } \underline{\text{gravità anomala}}$$

$U$  è il potenziale normale,  $T$  è il potenziale anomalo:  $W = U + T$

La direzione normale dell'ellissoide non coincide con la direzione vertical.

Gli ellissoidi possono essere:

- con **orientamento locale**;
- **geocentrici**.

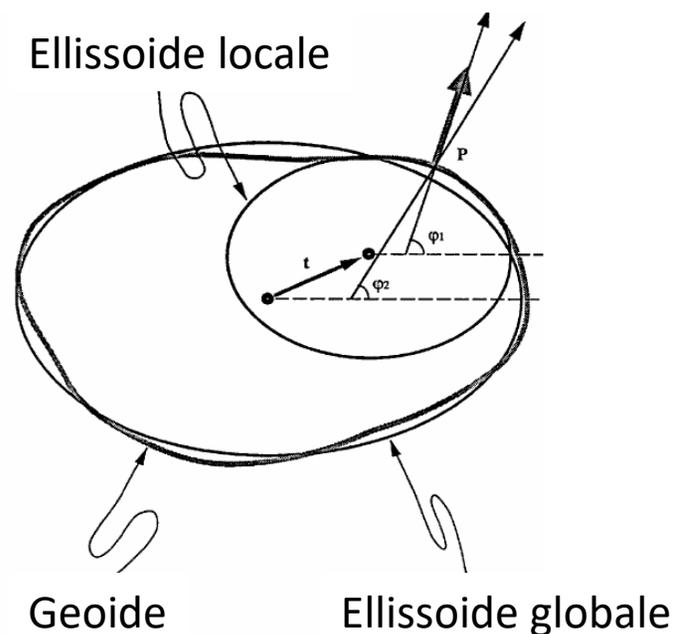
## L'ellissoide locale

Ellissoide locale: in un punto convenzionale (punto di emanazione), l'ellissoide è tangente al geoide, ossia:

- $N = 0$ ,  $\varepsilon(\xi, \eta) = 0$  oppure è un valore noto.
- viene vincolato l'azimuth al fine di evitare la rotazione tra le due superfici.

→ Il centro geometrico dell'ellissoide NON è il centro di massa.

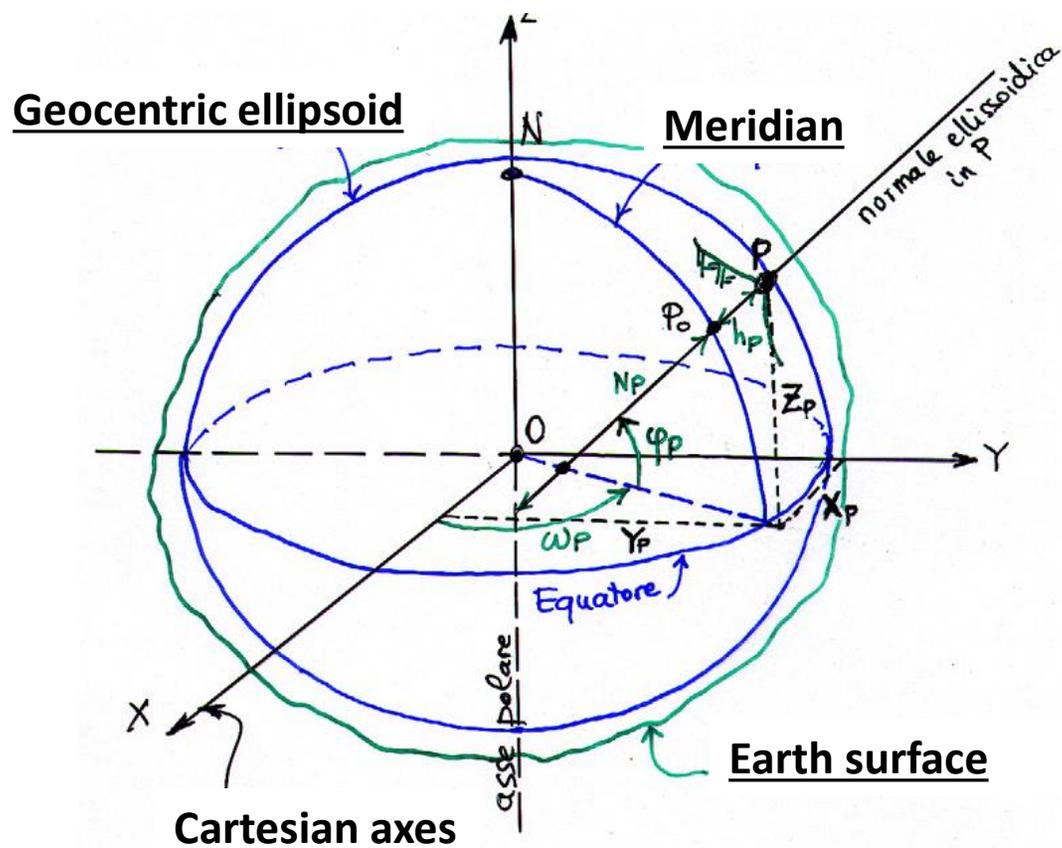
→ L'asse Z NON è l'asse di rotazione terrestre.

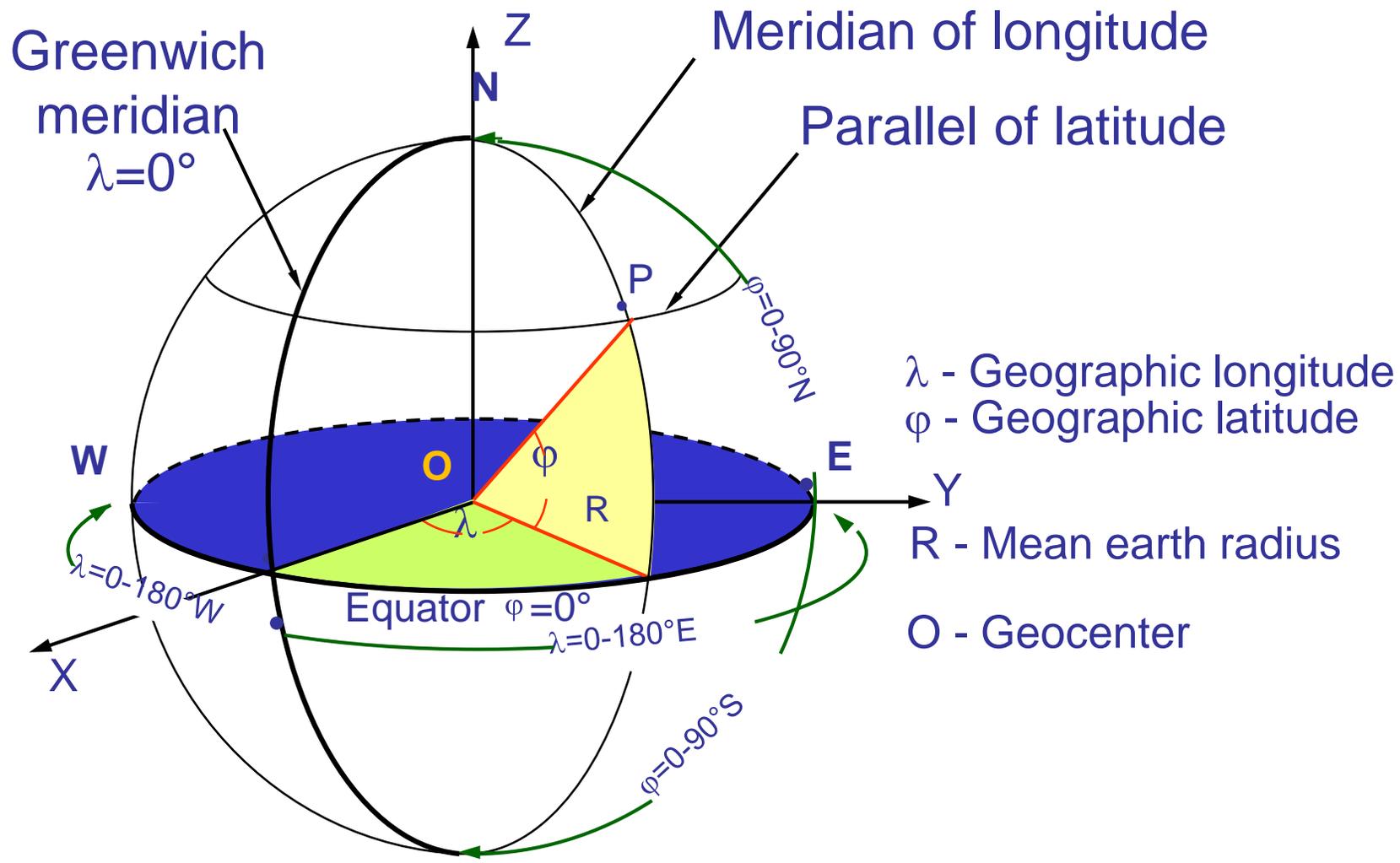


## L'ellissoide geocentrico

Ellissoide geocentrico: il centro geometrico coincide con il centro di massa e l'asse Z corrisponde all'asse medio di rotazione terrestre.

→ È fondamentale per il posizionamento satellitare!!!





Greenwich  
meridian  
 $\lambda=0^\circ$

Meridian of longitude

Parallel of latitude

W

E

X

Y

$\lambda$

$\phi$

R

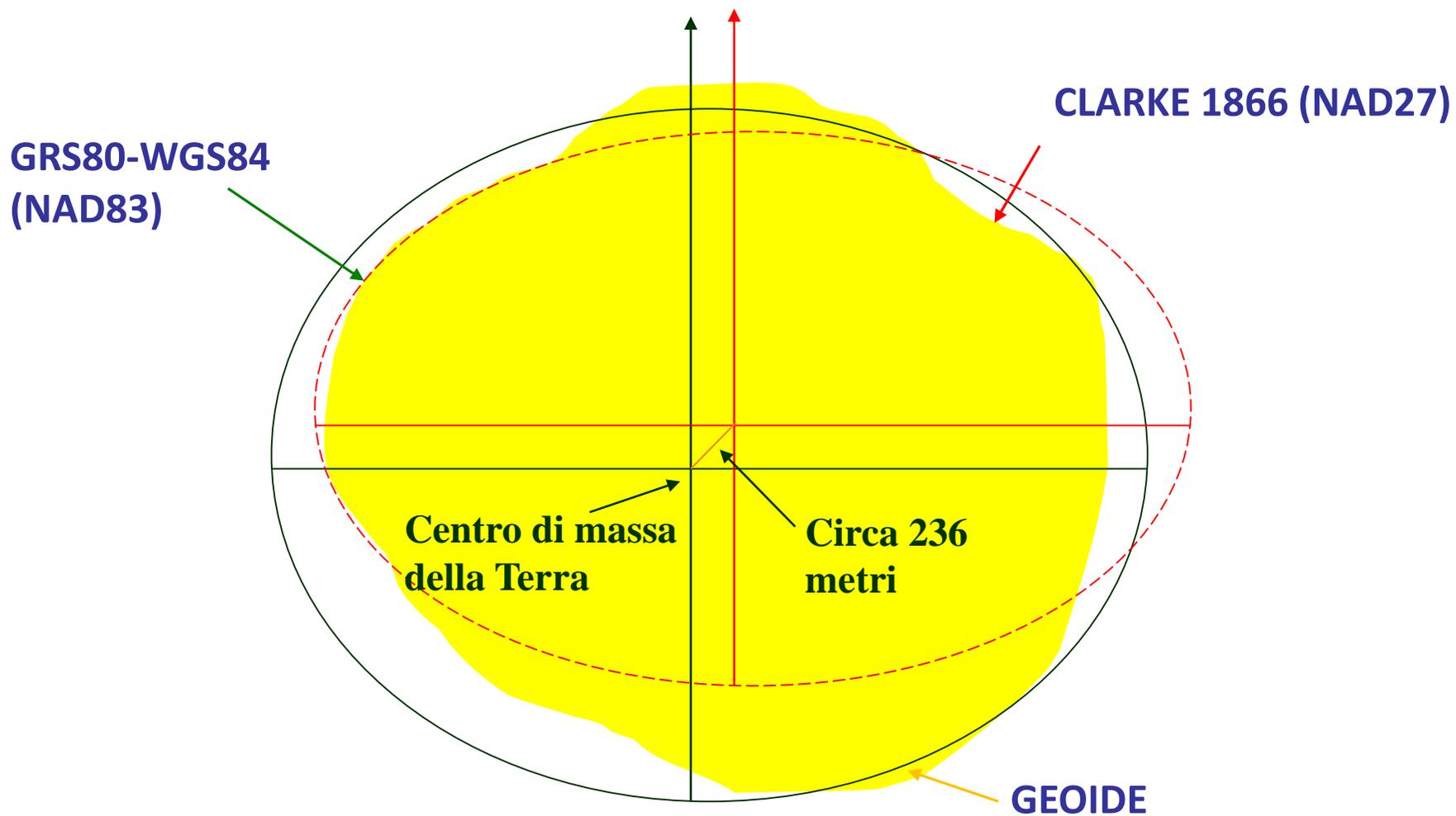
Equator  $\phi=0^\circ$

$\lambda$  - Geographic longitude  
 $\phi$  - Geographic latitude

R - Mean earth radius

O - Geocenter

## La rappresentazione della Terra: il geoide e due ellissoidi



## La rappresentazione della Terra: diversi ellissoidi

<u>name</u>	<u>semi-major axis</u>	<u>flattening</u>
Bessel 1841	6377397 m	1/299.15
WGS84	6378137 m	1/298.26
Clarke 1866	6378206 m	1/294.979

**Bessel 1841** utilizzato in:

- Europa, Namibia, Indonesia, Japan, Korea
- Reti di controllo nazionali e mapping.

**WGS84** utilizzato da:

- Mondo intero
- Sistema GPS, assieme all'omonimo datum.

**Clarke 1866** utilizzato in :

- USA ad eccezione di Michigan, Canada, Central America, Philippines, Mozambique
- Reti di controllo nazionali e mapping.

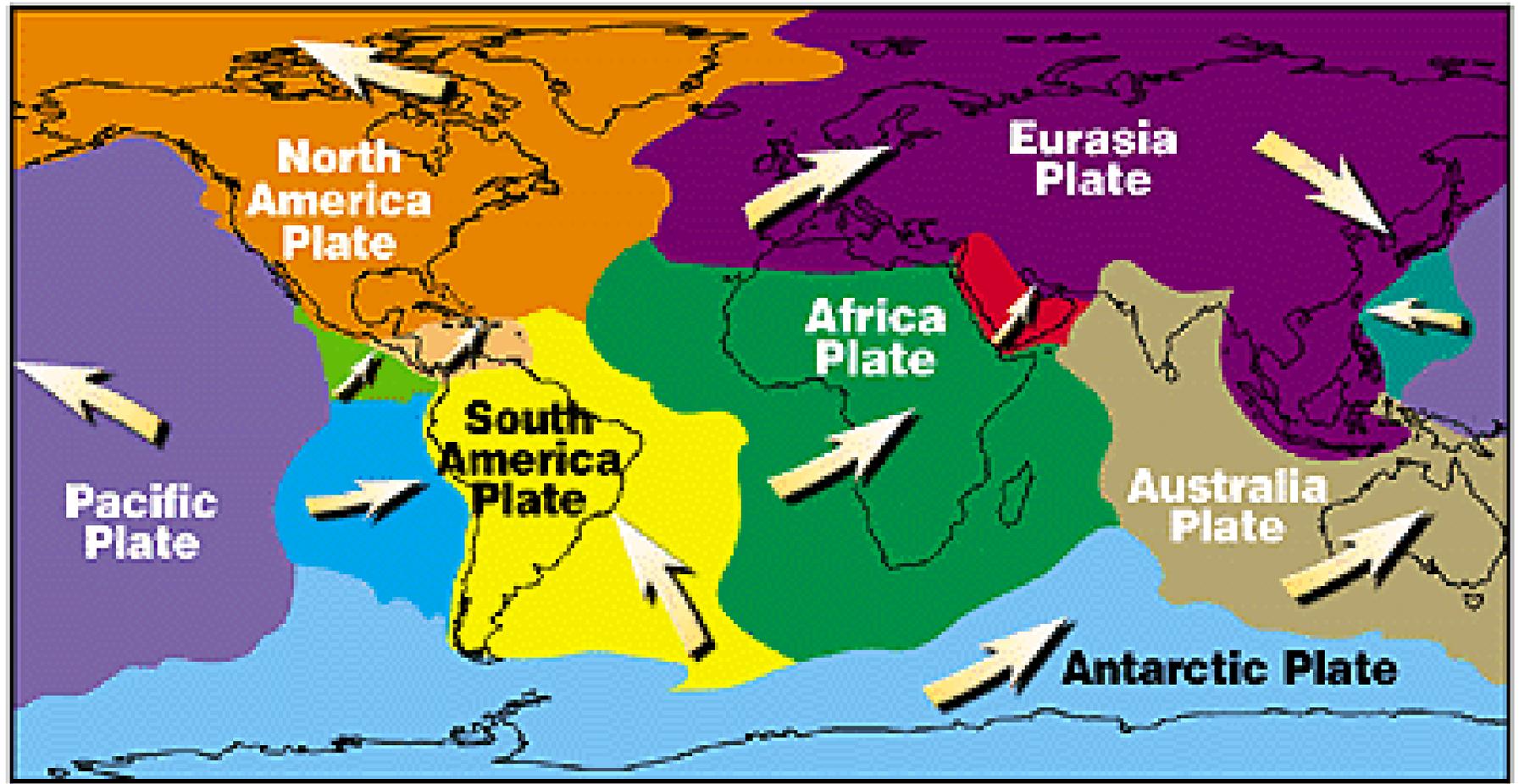
# La rappresentazione della Terra

D: quant'è accurata la conoscenza della posizione di un punto? (ed è costante nel tempo?)

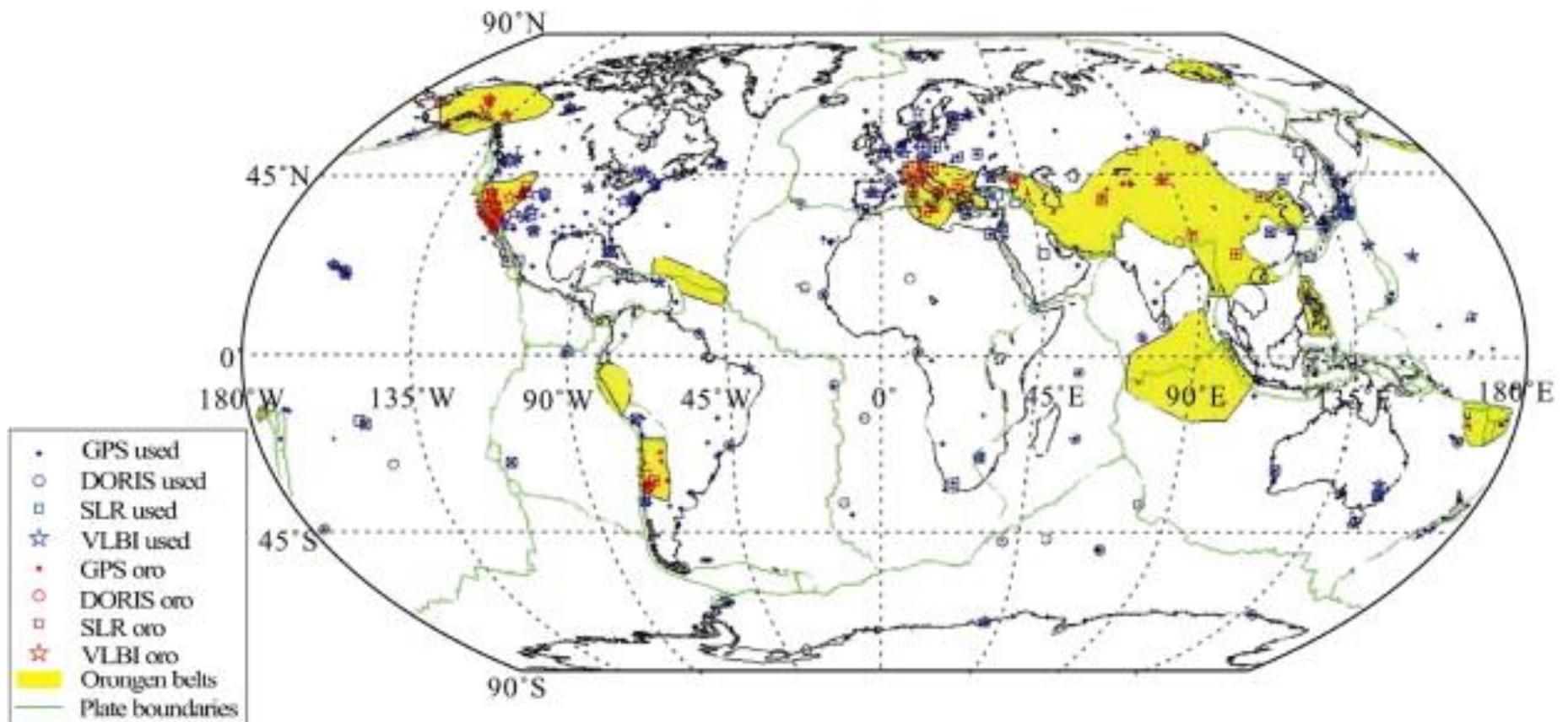


R: se noi vogliamo veramente conoscere in maniera accurate la posizione di un punto, dobbiamo considerare molti effetti ...

## La rappresentazione della Terra



# La rappresentazione della Terra



# L'International Terrestrial Reference System

Il Sistema di riferimento **ITRS** (*International Terrestrial Reference System*) è basato su un set di coordinate di punti sulla superficie terrestre.

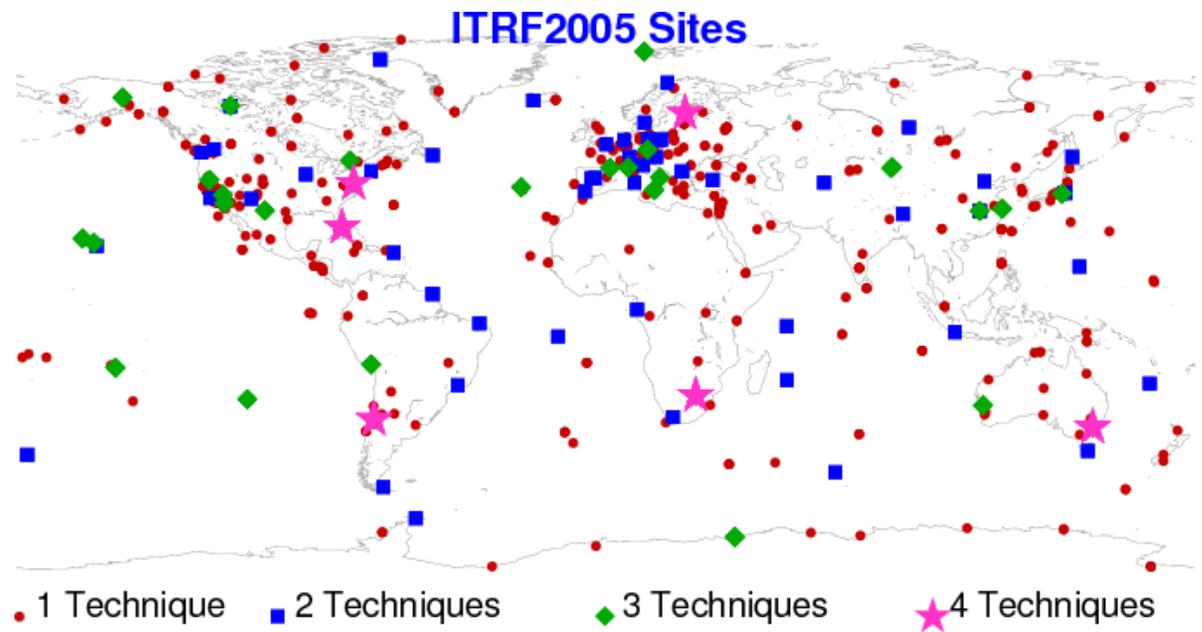
È mantenuto dallo **IERS** (International Earth Rotation Service).

La sua materializzazione è definita **ITRF** (*International Terrestrial Reference Frame*)

Le coordinate che compongono un RS sono aggiornate continuamente. Sono catalogate in funzione degli anni (ITRF89 ... ITRF2008).

Le coordinate vengono determinate usando differenti tecniche satellitari: VLBI, SLR, GNSS, ...

# L'International Terrestrial Reference System



Durante gli ultimi decenni,  
sono state definite diverse  
versioni dell'ITRS,

denominate ITRFyy: ITRF89,...,ITRF2005, ITRF2008, ITRF2014

L'ITRF consiste in un catalogo di coordinate di punti che contribuiscono alla soluzione.

$t_0$  è l'epoca di riferimento ITRFyy. Per ogni stazione, viene definita:

- la sua posizione geocentrica iniziale  $\mathbf{x}(t_0)$  e la relativa covarianza  $\mathbf{C}_{00}$
- La sua velocità  $\dot{\mathbf{x}}$  e la relativa covarianza  $\mathbf{C}_{vv}$
- La stima delle coordinate di alcune stazioni GNSS in ITRF2005:

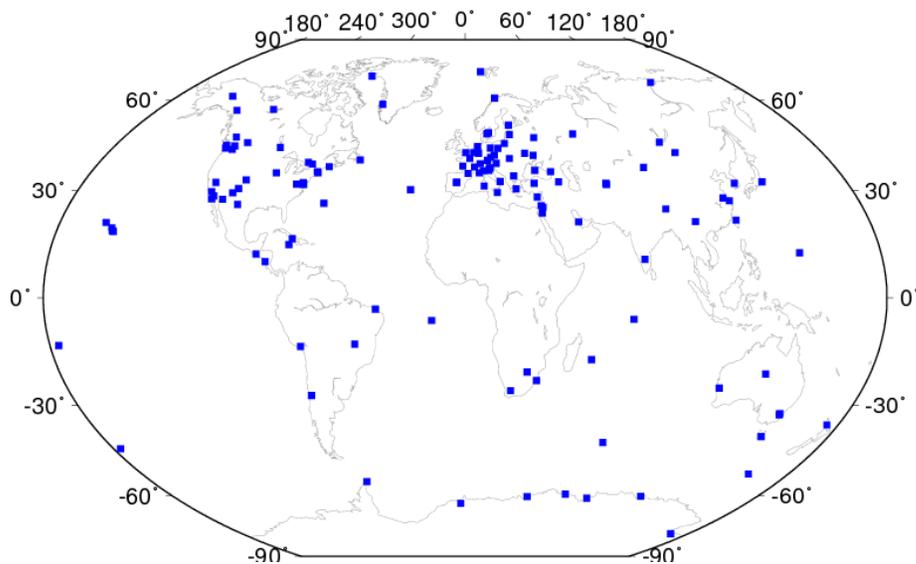
Nome	$X(m)$	$Y(m)$	$Z(m)$	$X^{\square}(m/y)$	$Y^{\square}(m/y)$	$Z^{\square}(m/y)$
Lampedusa	5073164.830	1134512.480	3683181.068	-.0147	.0168	.0153
Matera	4641949.648	1393045.330	4133287.386	-.0179	.0188	.0155
Cagliari	4893378.891	772649.688	4004182.102	-.0132	.0197	.0127
Bologna	4461400.834	919593.484	4449504.712	-.0182	.0190	.0110
Padova	4389531.226	923253.699	4519256.380	-.0172	.0177	.0113

## Transformation Parameters between ITRF2005 and ITRF2008

14 transformation parameters between ITRF2005 and ITRF2008 have been estimated using 171 stations listed in Table 2 and located at 131 sites shown on Figure 2.

	T1	T2	T3	D	R1	R2	R3
	mm	mm	mm	10 <sup>-9</sup>	mas	mas	mas
	-0.5	-0.9	-4.7	0.94	0.000	0.000	0.000
+/-	0.2	0.2	0.2	0.03	0.008	0.008	0.008
Rates	0.3	0.0	0.0	0.00	0.000	0.000	0.000
+/-	0.2	0.2	0.2	0.03	0.008	0.008	0.008

Table 1: Transformation parameters at epoch 2005.0 and their rates from ITRF2008 to ITRF2005 (ITRF2005 *minus* ITRF2008)

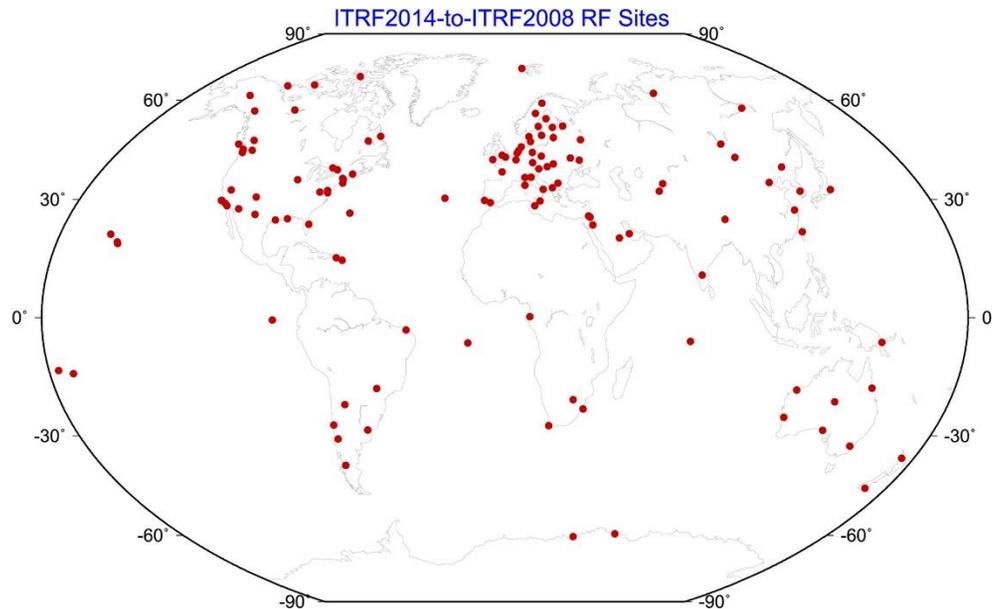


14 transformation parameters from ITRF2014 to ITRF2008 have been estimated using 127 stations listed in Table 2 and located at 125 sites shown on Figure 2.

[https://itrf.ign.fr/ITRF\\_solutions/2014/tp\\_14-08.php](https://itrf.ign.fr/ITRF_solutions/2014/tp_14-08.php)

	T1	T2	T3	D	R1	R2	R3
	mm	mm	mm	10 <sup>-9</sup>	mas	mas	mas
	1.6	1.9	2.4	-0.02	0.000	0.000	0.000
+/-	0.2	0.1	0.1	0.02	0.006	0.006	0.006
<b>Rates</b>	<b>0.0</b>	<b>0.0</b>	<b>-0.1</b>	<b>0.03</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
+/-	0.2	0.1	0.1	0.02	0.006	0.006	0.006

**Table 1: Transformation parameters at epoch 2010.0 and their rates from ITRF2014 to ITRF2008 (ITRF2008 minus ITRF2014)**



<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/2016JB013098>

# Il sistema IGS

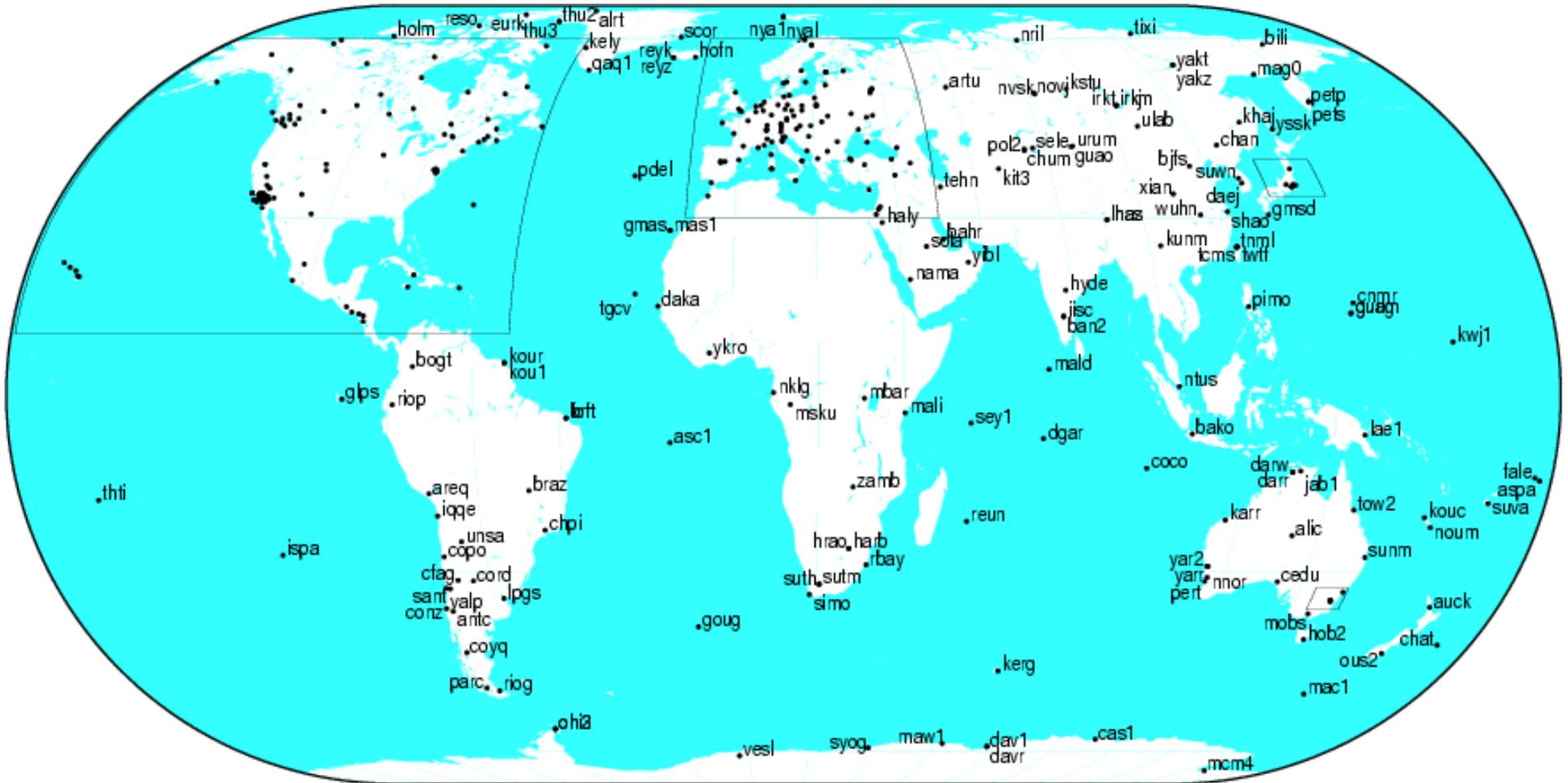
Sistema di monitoraggio globale delle deformazioni della crosta terrestre (le coordinate delle stazioni GNSS cambiano!!).

Vengono definite in questo RS:

- effemeridi precise
- parametri di correzione degli orologi dei satelliti
- modelli IONO e TROPO
- moti del polo

La massima accuratezza viene ottenuta utilizzando questi prodotti.

# La rete IGS

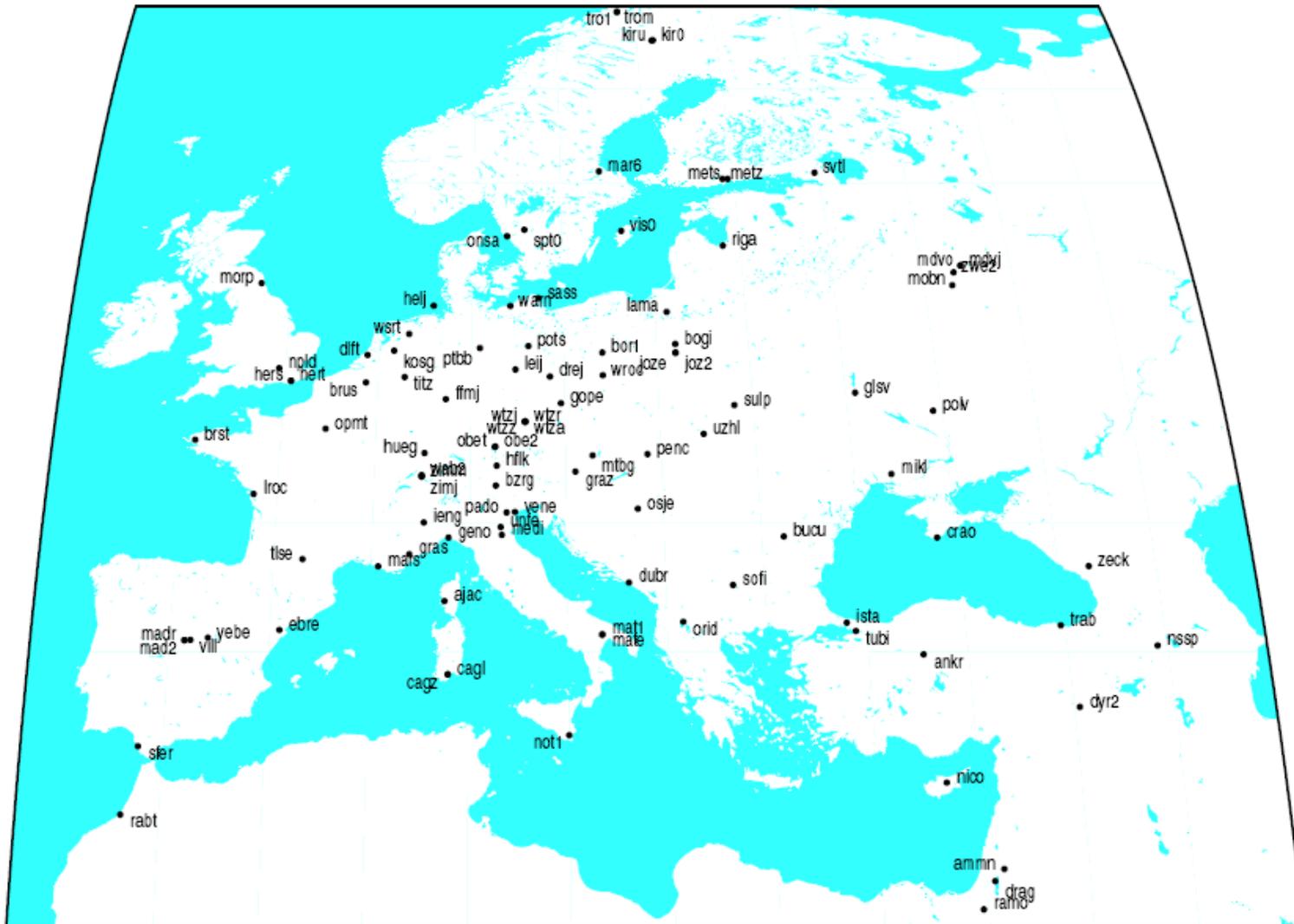


GMT 2005 Nov 27 17:24:09

<http://igsceb.jpl.nasa.gov/network/netindex.html>

# La rete IGS in Europa

IGS Tracking Network  
European Region



# ITRF vs IGS

ITRF (usa differenti tecniche di misura) non è consistente se comparata alla soluzione “GPS-only”.

Usando coordinate e velocità dell'ITRF2000, vengono incluse anche distorsioni e inconsistenze che non possono essere controllate o isolate facilmente.

Ciò impedisce l'identificazione di biases in una rete.

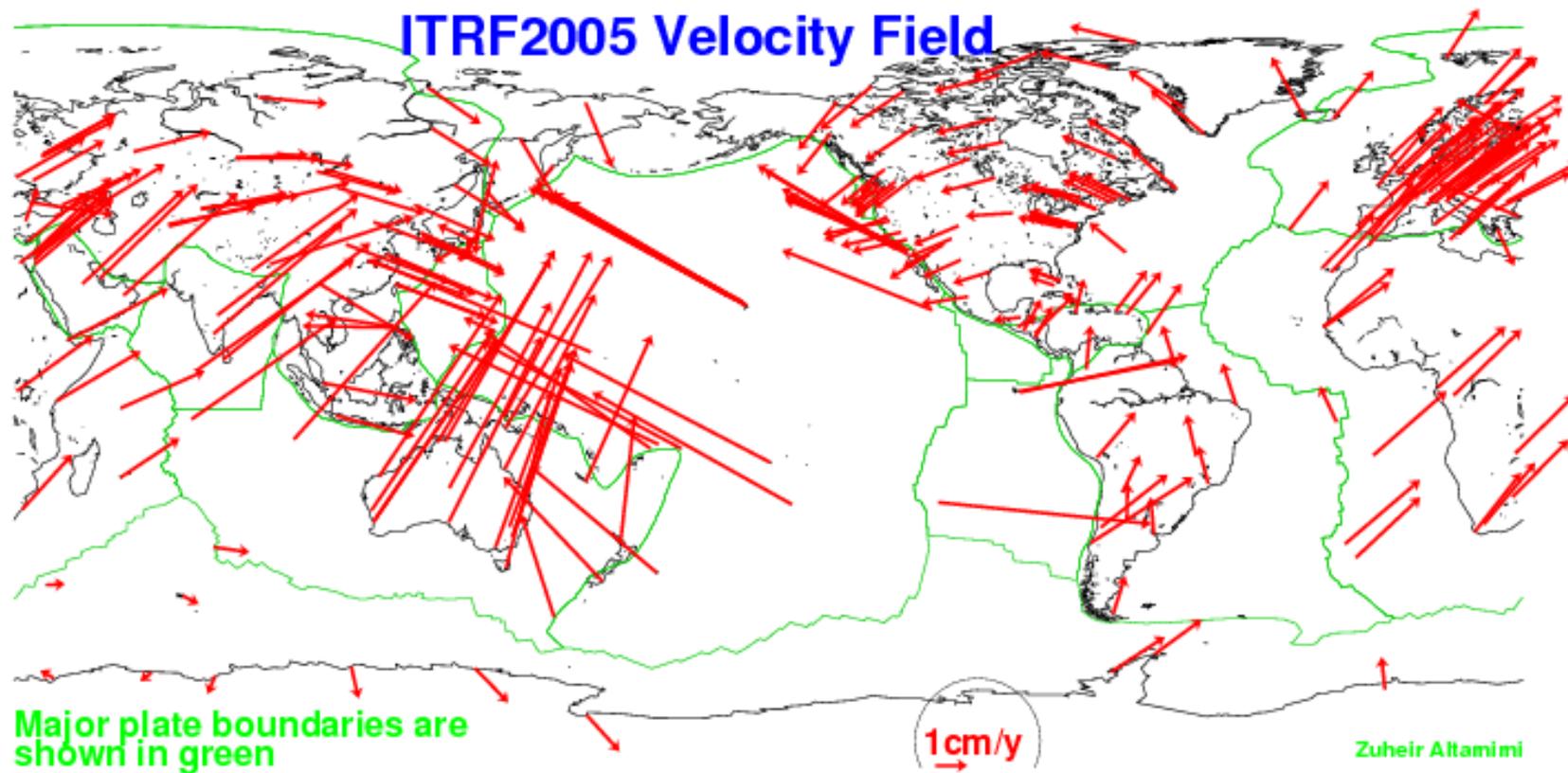
**NB: la soluzione “GPS-only” non è migliore di quella ITRF, ma è più auto-consistente!**

A partire dal 2000, l'IGS ha creato un ulteriore RS, detto **IGS00**, per tale ragione.

Una seconda versione dell'IGS00 è detta **IGb00**.

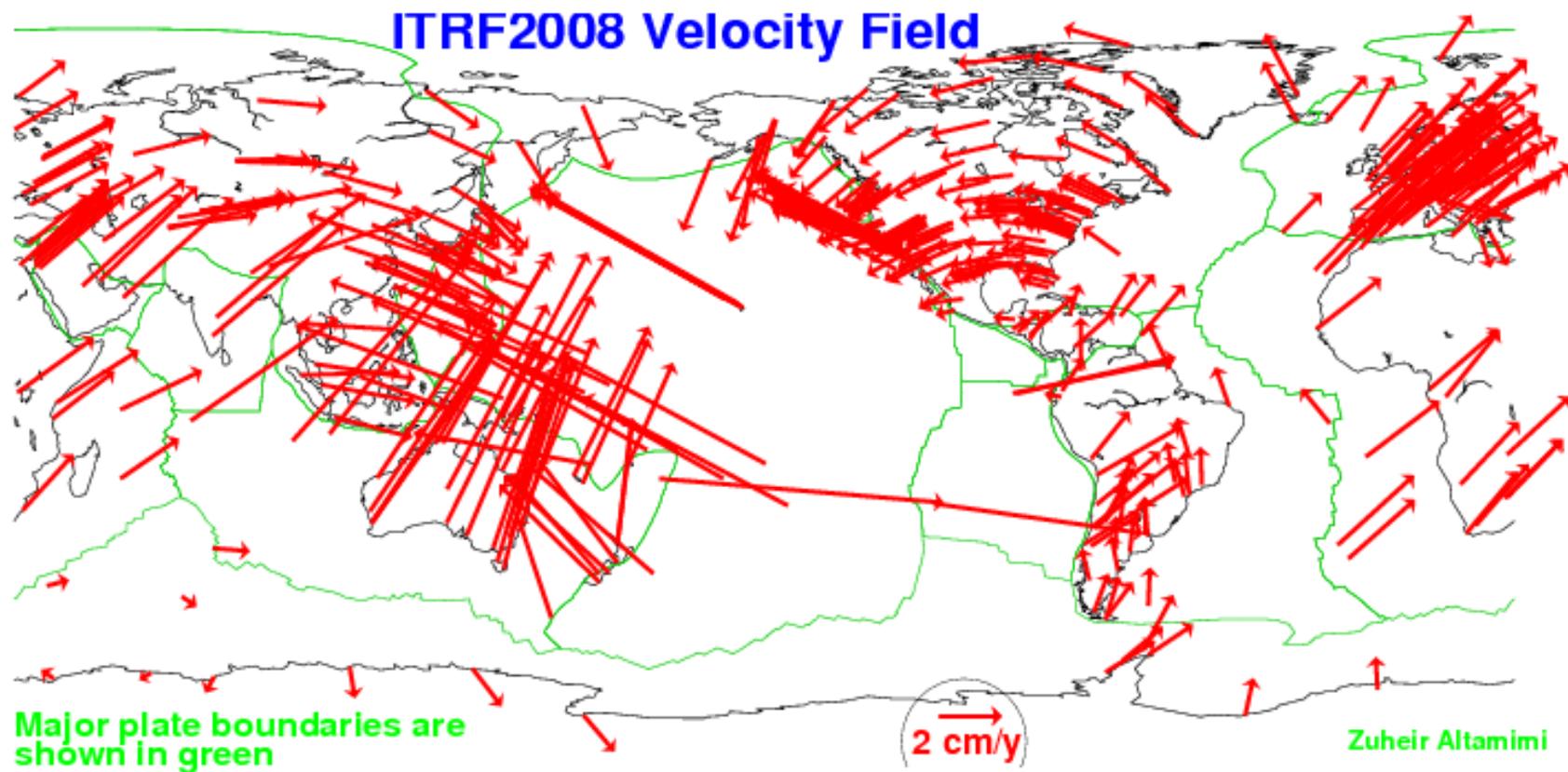
**Tale operazione preserva completamente l'ITRF2000, ma senza distorsioni!**

# La rappresentazione della Terra



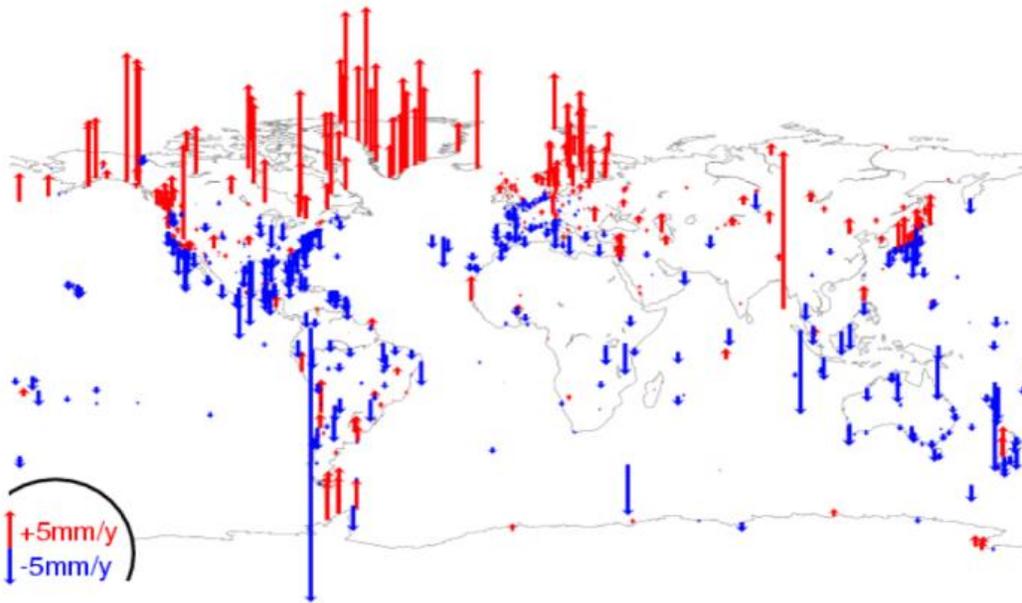
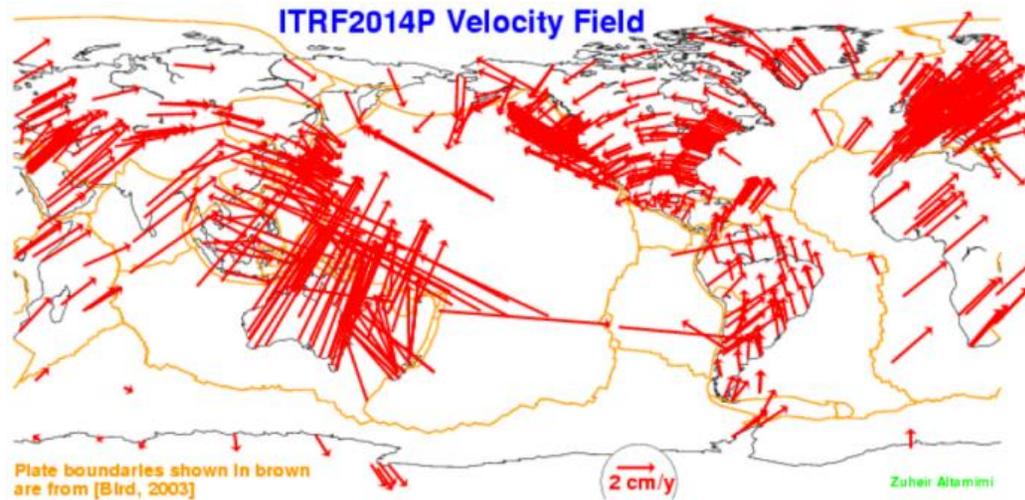
Quando le placche tettoniche si muovono, le nostre posizioni di riferimento cambiano di 30 mm / anno equivalgono a 3 metri in 100 anni

# La rappresentazione della Terra



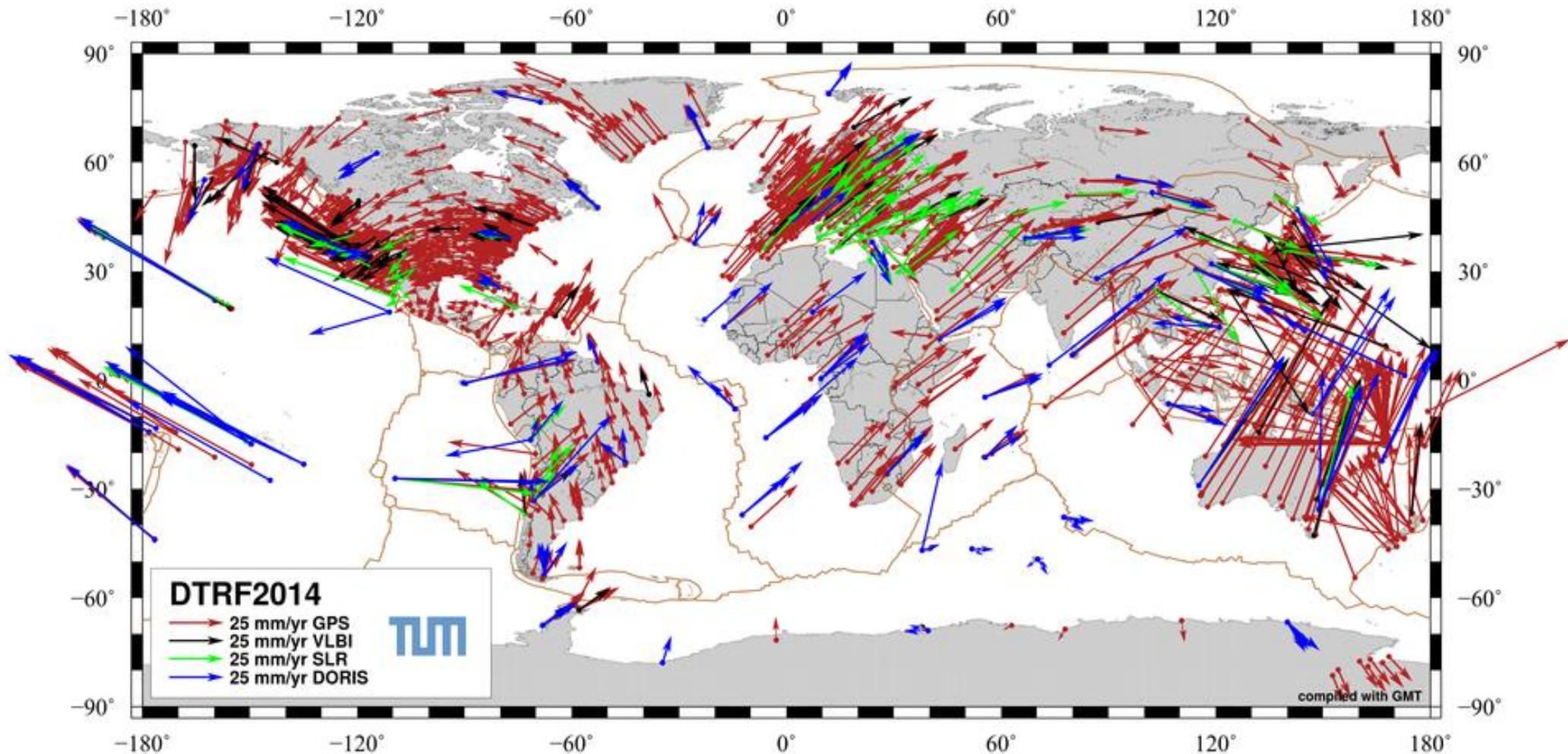
Quando le placche tettoniche si muovono, le nostre posizioni di riferimento cambiano di 30 mm / anno equivalgono a 3 metri in 100 anni

# La rappresentazione della Terra



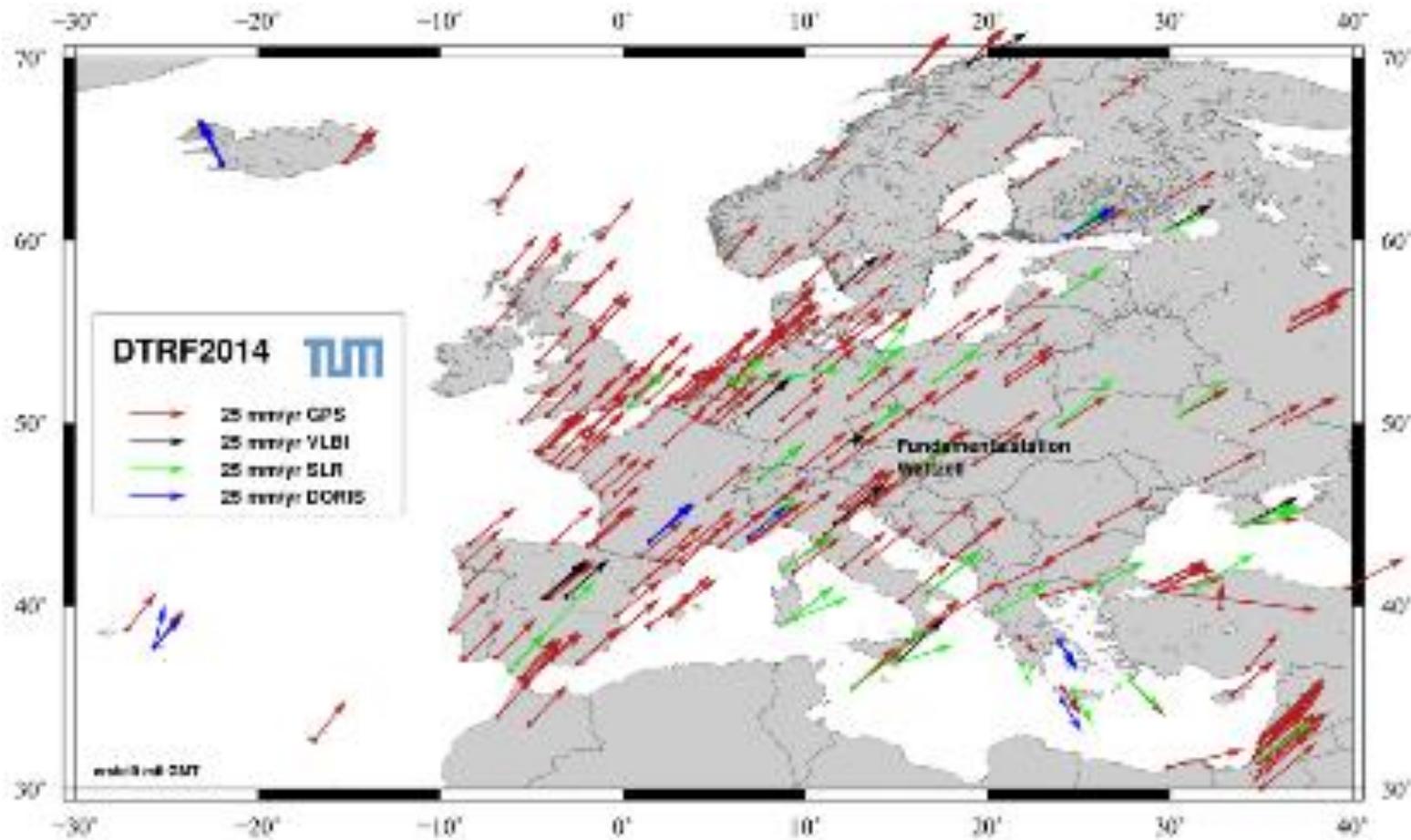
Quando le placche tettoniche si muovono, le nostre posizioni di riferimento cambiano di 30 mm / anno equivalgono a 3 metri in 100 anni

# La rappresentazione della Terra



Quando le placche tettoniche si muovono, le nostre posizioni di riferimento cambiano di 30 mm / anno equivalgono a 3 metri in 100 anni

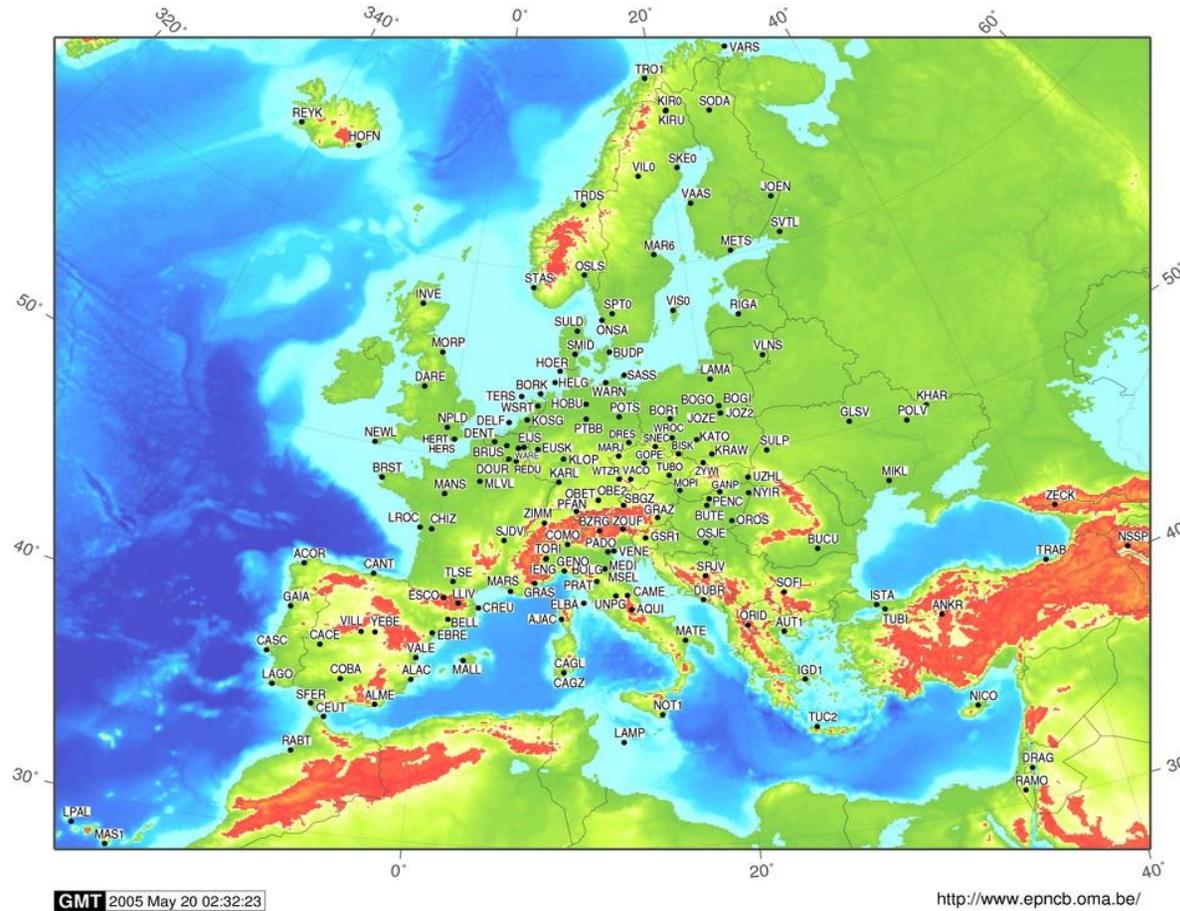
# La rappresentazione della Terra



Quando le placche tettoniche si muovono, le nostre posizioni di riferimento cambiano di 30 mm / anno equivalgono a 3 metri in 100 anni

# L'ITRS in Europa: L'ETRS

## *EUREF Permanent Tracking Network*



L'obiettivo principale della rete EPN è il mantenimento dell' ETRS.

Per ogni ITRFyy, viene definito un ETRFyy.

Vengono considerate circa 245 stazioni permanenti GNSS.

# L'European Terrestrial Reference System 1989.0: ETRS89

Definizione: coincide con l'ITRS al 1989.0, ma muovendo e rotando stabilmente (in media) parte dell'Europa.

→ La sua materializzazione corrispondente è l'**ETRF89**.

Realizzato dalla Commissione IAG European Reference Frame (EUREF), tramite la GNSS European Permanent Network (EPN).

**Ma perché?**



Il movimento della placca Euro-Asiatica non è per niente trascurabile, rispetto al resto delle placche mondiali, ma le stazioni di riferimento europee che lo materializzano (la rete EUREF), ed i punti a loro associati, praticamente non si muovono uno rispetto all'altro.

Dal 2000 l'ITRS e l'ETRS89 si sono spostati di circa 25 cm!

# L'ETRF in Italia

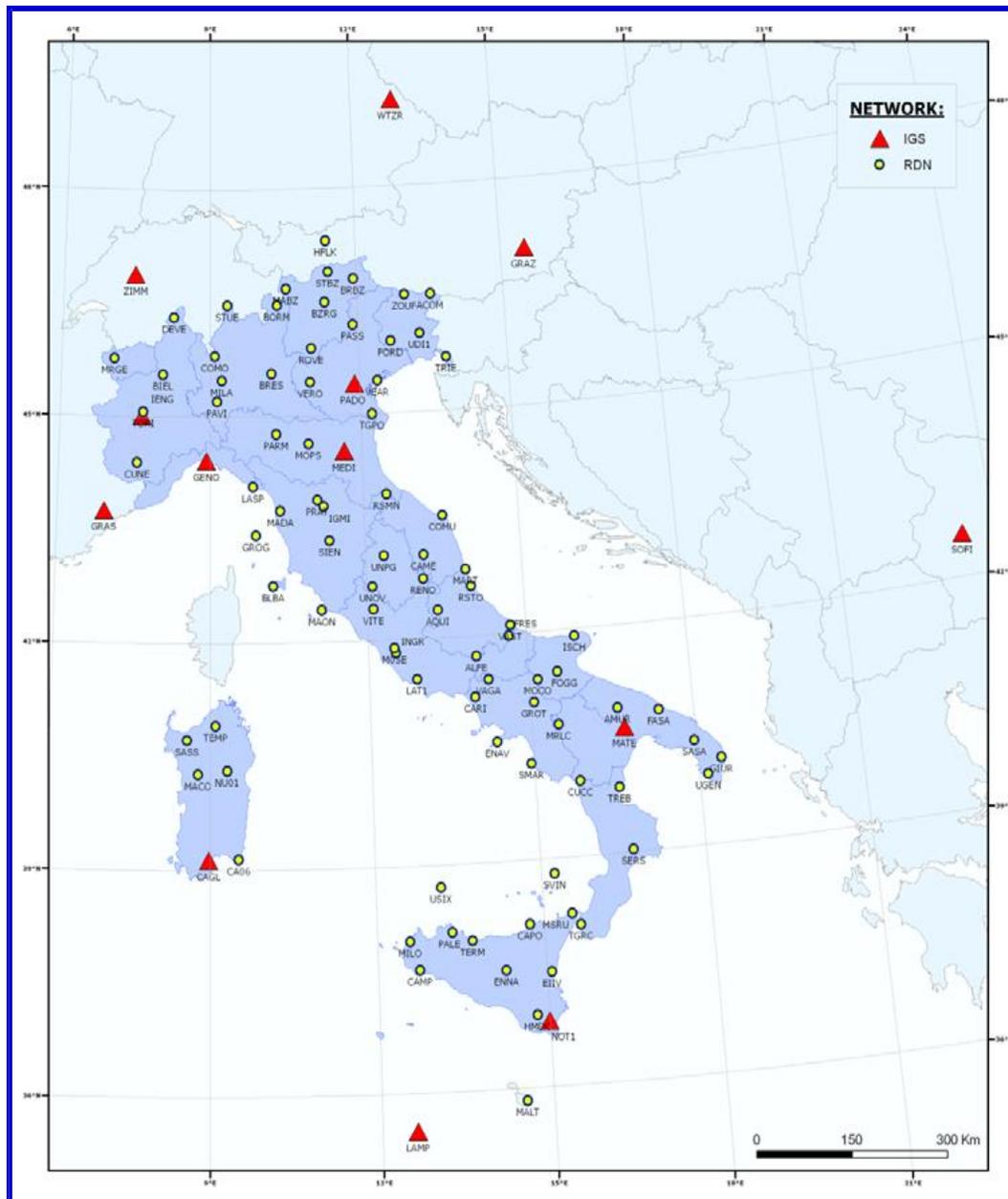
Il Decreto 10 Novembre 2011 “Adozione del Sistema di Riferimento geodetico nazionale” prevede che il Sistema di Riferimento geodetico nazionale adottato dalle amministrazioni italiane sia costituito dalla realizzazione ETRF2000 (all'epoca 2008) del Sistema di Riferimento geodetico Europeo ETRS89.



N.B. Il decreto dice anche che tutti i dati cartografici devono essere convertiti al nuovo riferimento.



# Il Sistema di riferimento italiano: RDN (Rete Dinamica Nazionale)



Un insieme di stazioni permanenti GNSS sono state scelte dall'Istituto Geografico Militare per stabilire la rete nazionale di ordine zero.

RDN è stata compensata in ITRF2005 e trasformata in ETRF2000.

Materializza il sistema di riferimento europeo a scala nazionale.

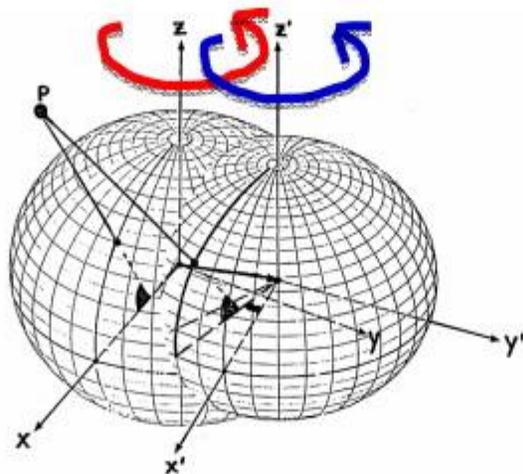
Anche l'ETRF2000 si basa sull'ellissoide GRS80.

## Trasformazioni tra datum “dinamici”

Le trasformazioni tra i datum “dinamici” utilizzati nella geodesia moderna (ITRFxx, ETRFxx, ...) coinvolgono oltre alle **coordinate** anche le **velocità** dei vertici, e il **tempo** (epoca di riferimento)

La procedura più utilizzata per il passaggio da ITRFyy a ETRFyy e viceversa è quella definita da **Boucher-Altamimi** (IGN, Institute Geographique National, Francia), che rappresenta una generalizzazione della trasformazione di Helmert. La descrizione completa della procedura è disponibile nei “memo” periodicamente aggiornati scaricabili dal sito EUREF. Ad esempio, per passare da ITRF2000 (epoca  $\tau$  qualsiasi) a ETRF89 (1989.0) l’algoritmo è il seguente:

$$\mathbf{x}_{ETRF89}(1989.0) = \mathbf{x}_{ITRF2000}(\tau) + \mathbf{t} + (\tau - 1989.0) \cdot \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{x}_{ITRF2000}(\tau) + (1989.0 - \tau) \cdot \dot{\mathbf{x}}_{ETRF89}(1989.0 - \tau)$$



Nella formula compaiono le **velocità** dei punti (derivate prime delle posizioni) e le **velocità di rotazione** tra i datum (derivata della matrice di rotazione).

I parametri e le loro derivate vengono forniti dall'EUREF:

**Table 5:** Transformation parameters from ITRF2005 to ETRF2000 at epoch 2000.0 and their rates/year

	T1 mm	T2 mm	T3 mm	D $10^{-9}$	R1 mas	R2 mas	R3 mas
Rates	54.1	50.2	-53.8	0.40	0.891	5.390	-8.712
	-0.2	0.1	-1.8	0.08	0.081	0.490	-0.792

Tabella ufficiale dell'EUREF Memo (Boucher, Altamimi, 2008)

Quindi, le coordinate possono essere propagate al 1989.0

$$\mathbf{x}(1989.0)_{P,E00} = \mathbf{x}(t)_{P,E00} + (1989.0 - t)\dot{\mathbf{x}}_{P,E00}$$

$\dot{\mathbf{x}}$  è la velocità di un punto nell'European Reference Frame.

## ... e il SR Roma40?

Ha un ellissoide di rotazione diverso: è quello di Hayford, l'orientamento avviene a Roma Monte Mario ed il meridiano che passa di lì è quello fondamentale per la definizione delle longitudini dei punti.

È stato usato per la produzione cartografia dell'IGM fino alla fine degli anni '80 e, nonostante la legge italiana lo abbia mandato in pensione da qualche anno (dal 2011), gode ancora di ottima salute ed è largamente usato nella Cartografia Tecnica Regionale (CTR), e non solo.

→ Attenzione alle trasformazioni!

La differenza tra le coordinate piane di un punto nel sistema di riferimento Roma40-GaussBoaga e ETRF2000 è di circa 30 metri sulla coordinata Est e circa 20 metri sul Nord, senza considerare la falsa origine attribuita alle coordinate del sistema Roma40.

# Le proiezioni

L'ellissoide è la superficie di riferimento planimetrico sul quale proiettare tutti i punti della superficie terrestre.

Ora il problema è come rappresentare le figure descritte da questi punti su una più comoda superficie piana.



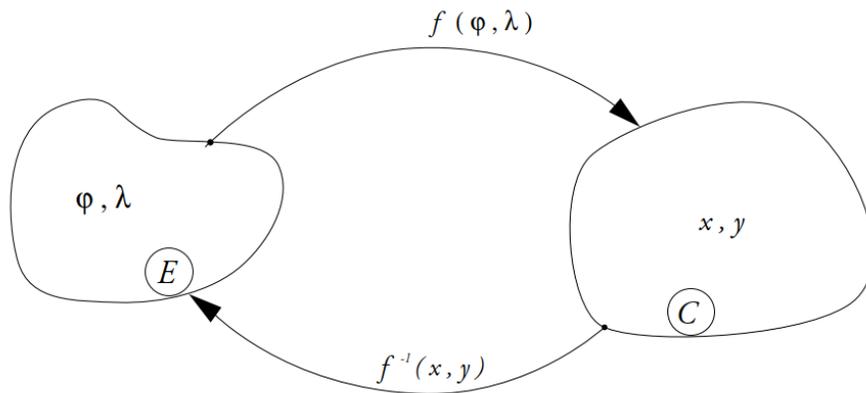
Le superfici a doppia curvatura come la sfera o l'ellissoide non sono infatti sviluppabili sul piano senza deformazioni.



Definiamo una carta una rappresentazione dell'ellissoide su un piano; da quanto premesso consegue che qualunque carta deforma una figura descritta sull'ellissoide.

# Le proiezioni

Dal punto di vista matematico una rappresentazione (o proiezione) è definita da quella funzione biunivoca che fa corrispondere per qualunque punto dell'insieme  $E$   $[\varphi, \lambda]$  (ellissoide), un solo punto dell'insieme carta  $C$   $[x, y]$ .



N.B. Esistono infinite funzioni  $f$  di questo tipo!

Scegliendo  $f$  si sceglie automaticamente il tipo di deformazione connesso.

L'effetto della rappresentazione è una descrizione piana ma deformata delle figure.

Queste deformazioni possono essere del tipo:

- Lineare
- Areale
- Angolare

# Le proiezioni

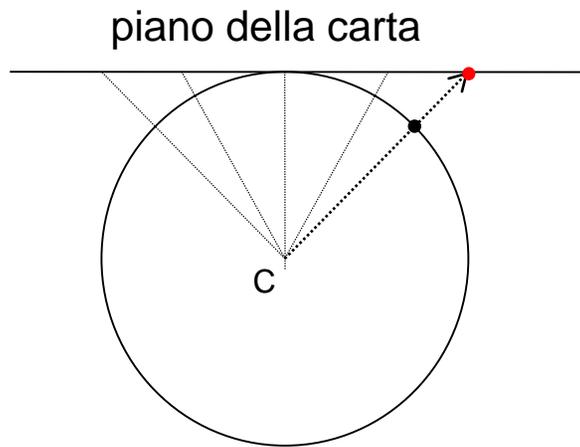
In base al tipo di deformazione si distinguono carte:

- **isogone** o conformi: il modulo di deformazione lineare  $m$ , pur variando da punto a punto, non varia in funzione dell'azimut  $\alpha \rightarrow$  *la deformazione angolare è nulla in qualunque punto.*
  - $\rightarrow$  adatte fra l'altro alla navigazione (per poter dirigere correttamente la rotta), ma sono le più usate anche per scopi topografici;
- **equivalenti**: si conserva costante il rapporto fra le aree di quadrilateri infinitesimi.
  - $\rightarrow$  adatte per scopi catastali;
- **afilattiche**: sono le rappresentazioni che non godono delle prime due proprietà.

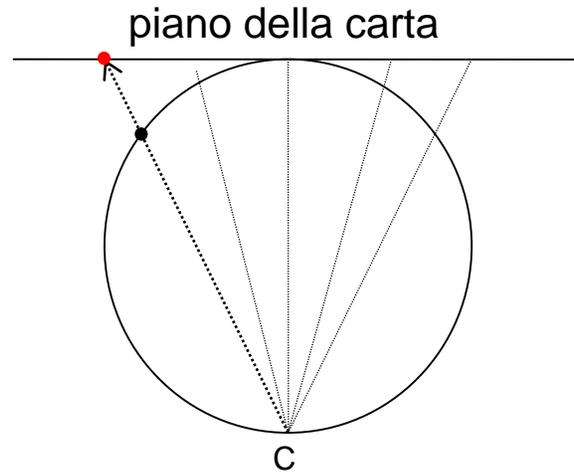
N.B. Non esistono carte conformi ed assieme equivalenti, in questo caso non esisterebbe deformazione! Tuttavia particolari carte afillattiche rendono accettabili, in zone limitate, entrambi i tipi di deformazione.

$\rightarrow$  È possibile tuttavia cercare tra tutte le carte conformi quella di minor deformazione angolare o, fra le equivalenti, quella di minor deformazione areale.

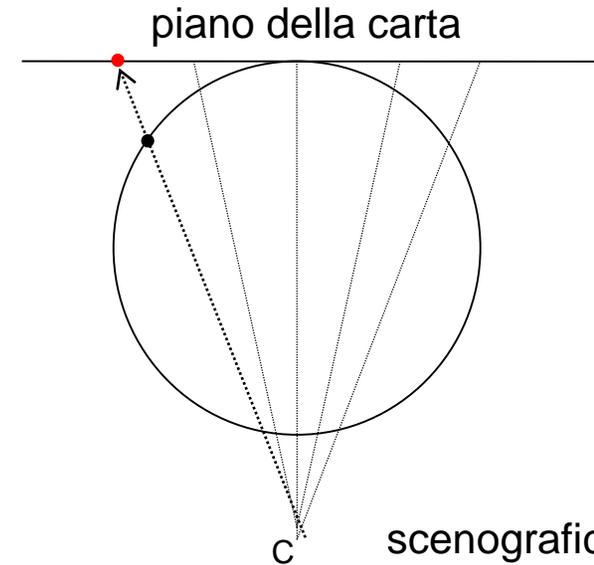
# Le tipologie di proiezione



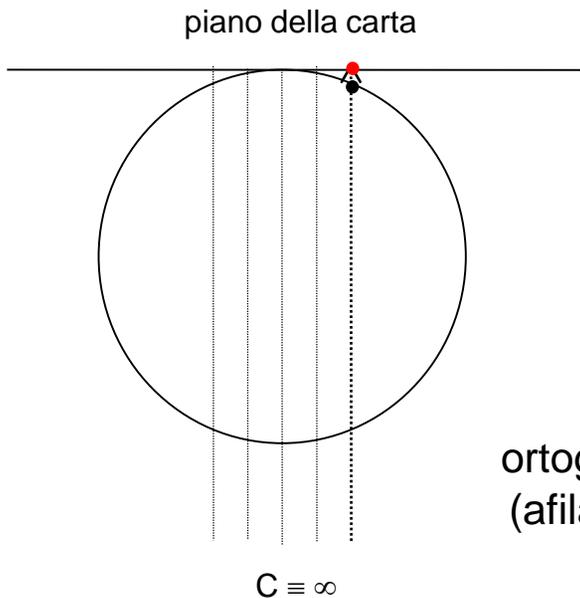
Centrografica o gnomonica  
(afilattica)



stereografica  
(conforme)



scenografica  
(afilattica)

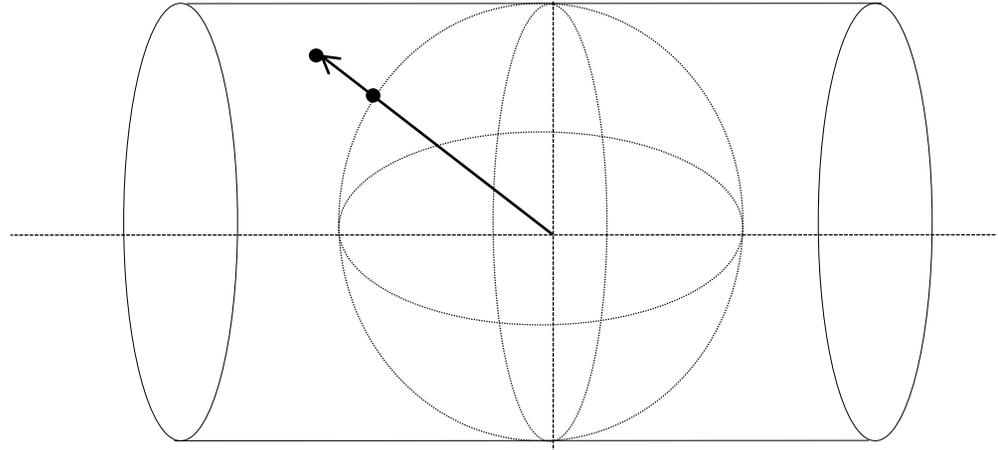
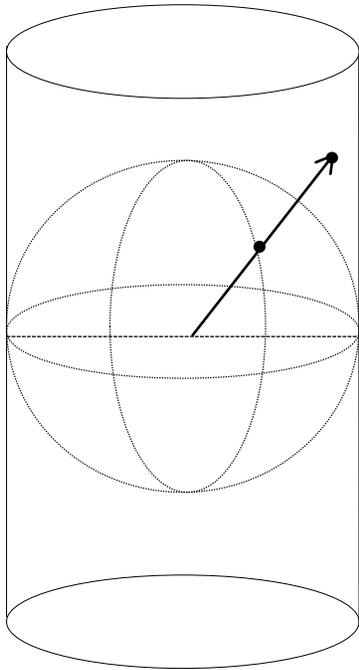


ortografica  
(afilattica)

La rappresentazione piana si potrà ottenere mediante:

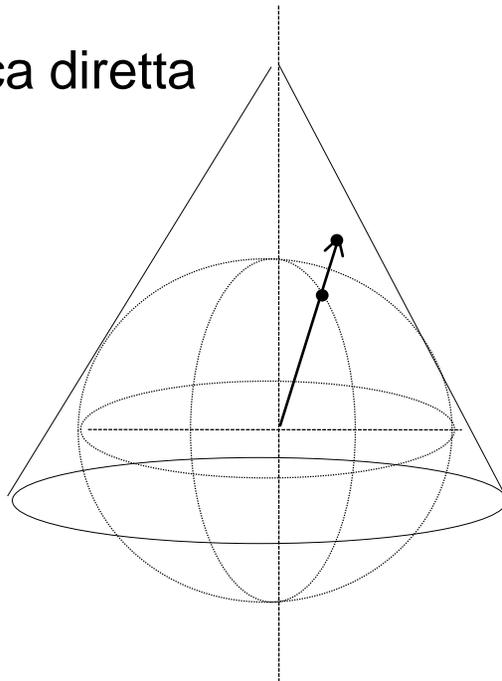
**proiezioni prospettiche**  
**Proiezioni per sviluppo**  
**relazioni analitiche**

# Le proiezioni per sviluppo

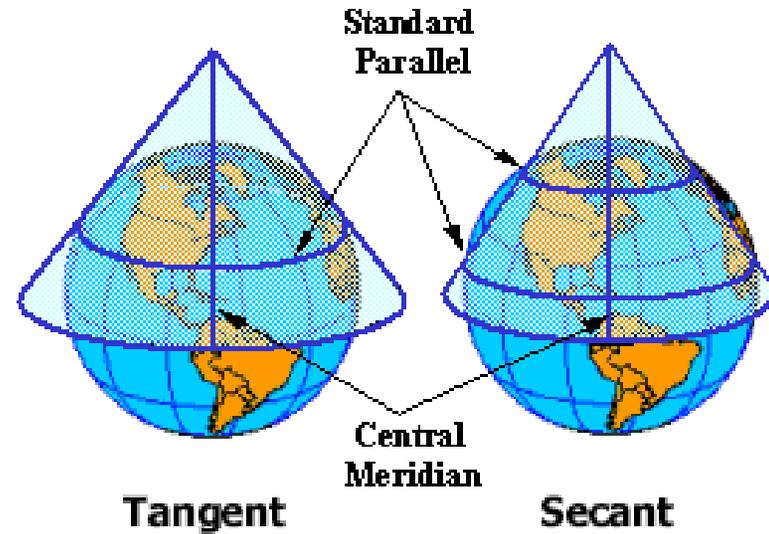


Proiezione cilindrica trasversa

Proiezione cilindrica diretta



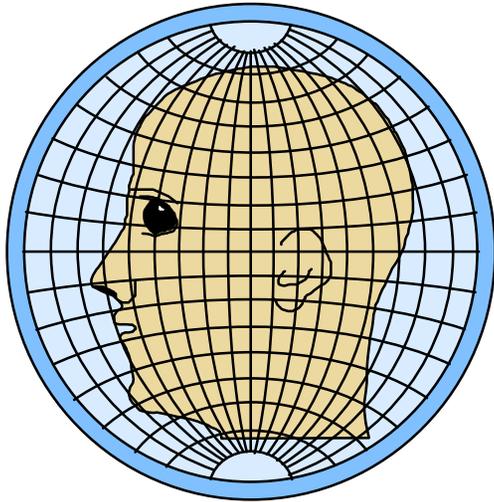
Proiezione conica



Tangent

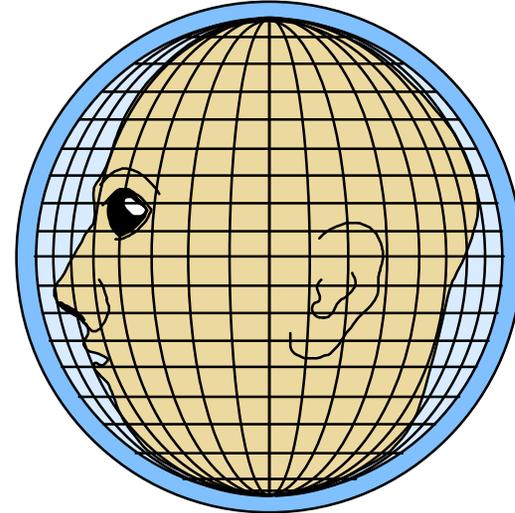
Secant

# Le proiezioni: non facciamoci ingannare...

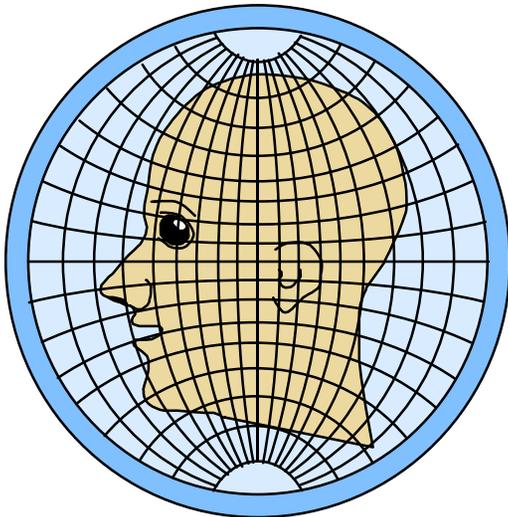


Globular  
projection

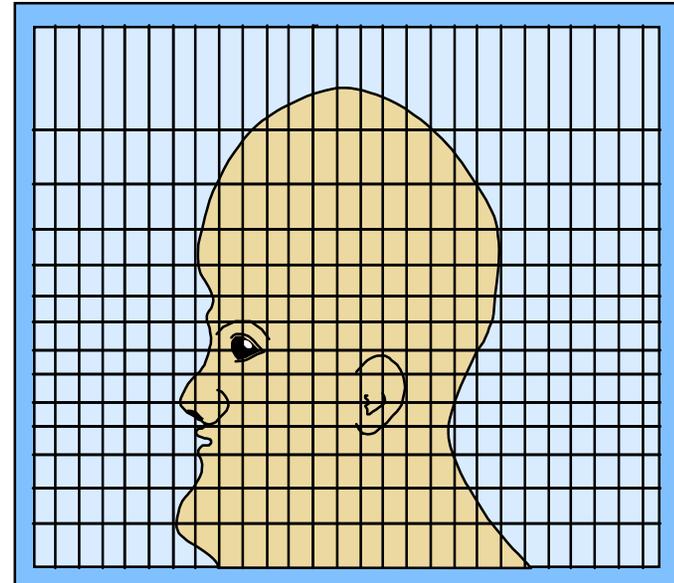
Orthographic  
projection



Mercator  
projection



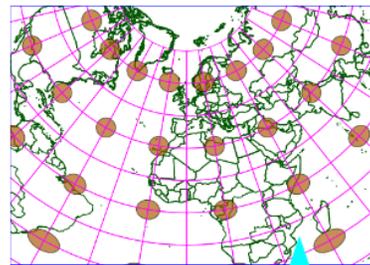
Stereographic  
projection



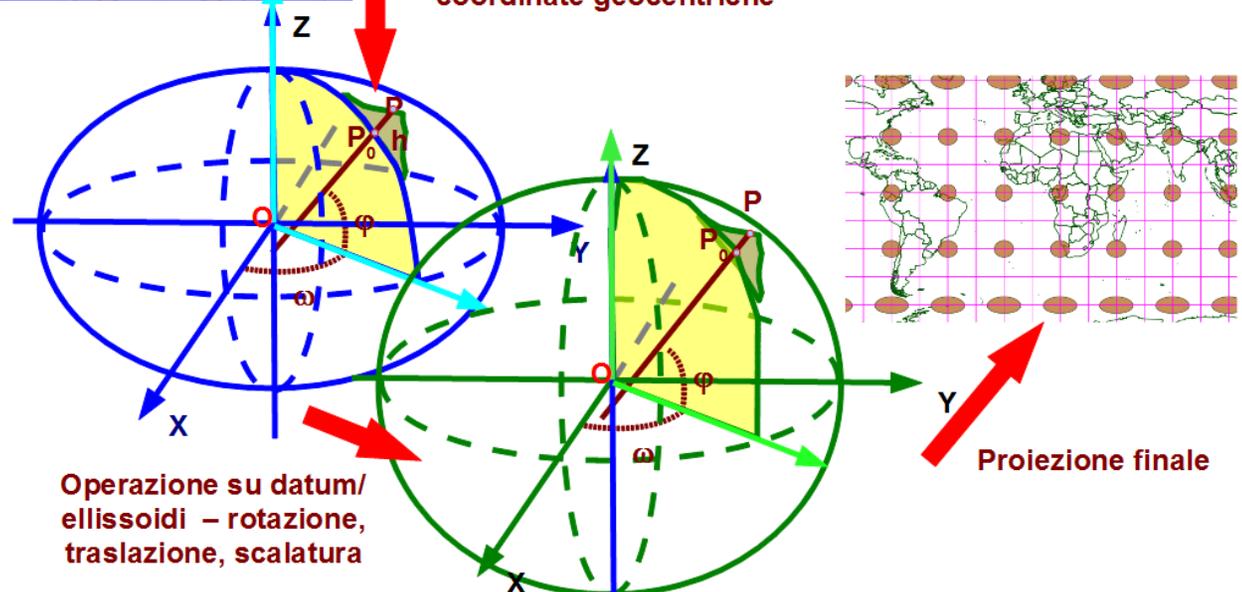
# Ma come esprimo la posizione di un punto? I sistemi di coordinate

Differenti tipologie di coordinate:

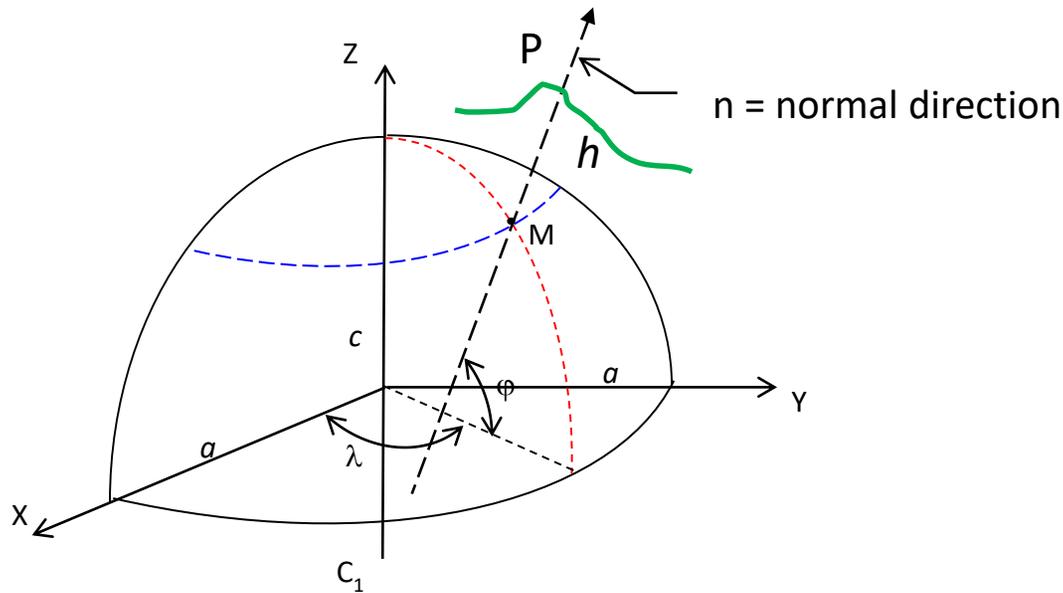
- Geocentriche (X, Y, Z)
- Polari ( $\psi$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma$ ) → poco utilizzate
- Geografiche ( $\varphi$ ,  $\lambda$ , h)
- Cartografiche (Est, Nord, H)
- Locali (e, n, u)



Proiezione inversa –  
trasformazione in  
coordinate geografiche  
→ trasformazione in  
coordinate geocentriche



# Trasformazione di coordinate



Equazioni inverse  
 $(X, Y, Z) \rightarrow (\phi, \lambda, h)$

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X} \quad r = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{Z}{r} \quad (\text{approx. val})$$

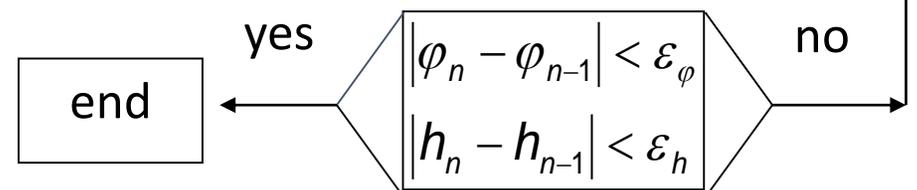
$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$$

$$h = \frac{X}{\cos \phi \cos \lambda} - N$$

$$\phi = \arctan \frac{Z}{r \left( 1 - \frac{e^2 N}{N+h} \right)}$$

Direct equation  $(\phi, \lambda, h) \rightarrow (X, Y, Z)$

$$\begin{cases} X = (N + h) \cos \phi \cdot \cos \lambda \\ Y = (N + h) \cos \phi \cdot \sin \lambda \\ Z = [N(1 - e^2) + h] \cdot \sin \phi \end{cases}$$



## Trasformazione di coordinate: da geografiche ad ECEF

Partendo dalle coordinate di P in WGS84:  $\varphi=45^\circ$  ,  $\lambda=8^\circ$   $h=300$  m, stimare le coordinate nel sistema ECEF. Considerando anche la procedura inversa.

Se si applica l'equazione 'diretta', considerando il WGS84 e  $N = 6388838,29$  m, si ottengono le seguenti coordinate:

$$\begin{cases} X = (N + 300)\cos 45^\circ \cdot \cos 8^\circ = 4473836,063 \text{ m} \\ Y = (N + 300)\cos 45^\circ \sin 8^\circ = 628756,655 \text{ m} \\ Z = [N(1 - e^2) + 300] \cdot \sin 45^\circ = 4487560,541 \text{ m} \end{cases}$$

Considerando le equazioni inverse:

$$\lambda = \arctg \frac{628756,655}{4473836,063} = 8^\circ$$

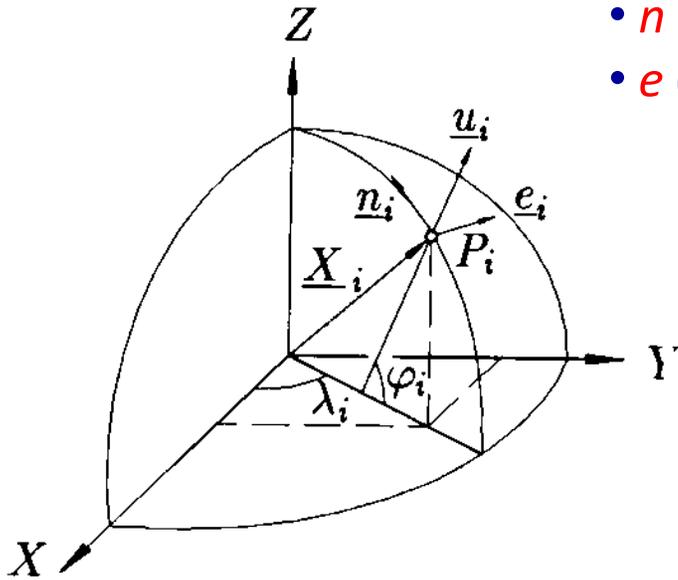
$$r = \sqrt{X^2 + Y^2} = 4517803,011$$

$\varphi$ appr.	N	h	$\phi$ ris.
44,80758585	6388766,24	-20976,693	45,00064509
45,00064509	6388838,53	371,695	44,99999783
44,99999783	6388838,29	299,760	45,00000000
<b>45.00000000</b>	<b>6388838,29</b>	<b>300,001</b>	<b>45,00000000</b>
<b>45.00000000</b>	<b>6388838,29</b>	<b>300,000</b>	<b>45,00000000</b>

# Trasformazione di coordinate: da ECEF a un piano locale (e,n,u)

Si definisce un Sistema di riferimento con origine in  $P_i$  ed i seguenti assi:

- $u$  = normal direction in  $P_i$
- $n$  = tangent of meridian in  $P_i$
- $e$  clockwise system



Dati  $\varphi$   $\lambda$  di  $P_i$  (origine) e  $X, Y, Z$  del punto  $P$ , per stimare  $e, n, u$

1) Traslazione dell'origine:

$$\begin{cases} X_i = N \cos \varphi_i \cos \lambda_i \\ Y_i = N \cos \varphi_i \sin \lambda_i \\ Z_i = N(1 - e^2) \sin \varphi_i \end{cases} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

2) Rotazione di  $\varphi$  e  $\lambda$ :

$$\begin{pmatrix} e \\ n \\ u \end{pmatrix} = R(\varphi, \lambda) \begin{pmatrix} X - X_i \\ Y - Y_i \\ Z - Z_i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen} \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\text{sen} \varphi \cos \lambda & -\text{sen} \varphi \text{sen} \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \text{sen} \lambda & \text{sen} \varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X - X_i \\ Y - Y_i \\ Z - Z_i \end{pmatrix}$$

## Trasformazione di coordinate: da ECEF a un piano locale (e,n,u)

$$\begin{pmatrix} e \\ n \\ u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X - X_i \\ Y - Y_i \\ Z - Z_i \end{pmatrix}$$

## Trasformazione di coordinate: da piano locale (e,n,u) a ECEF

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\sin \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \sin \lambda \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e \\ n \\ u \end{pmatrix}$$

NB: Questa conversione è valida per un'estensione di circa 15 km dall'origine, solo per **componenti orizzontali**.

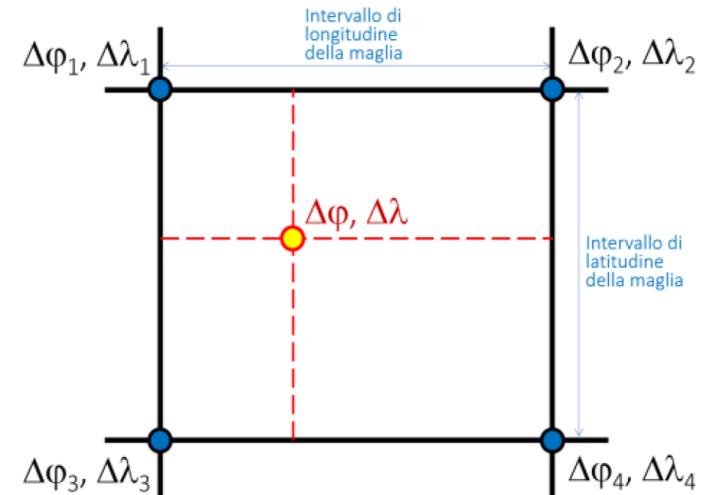
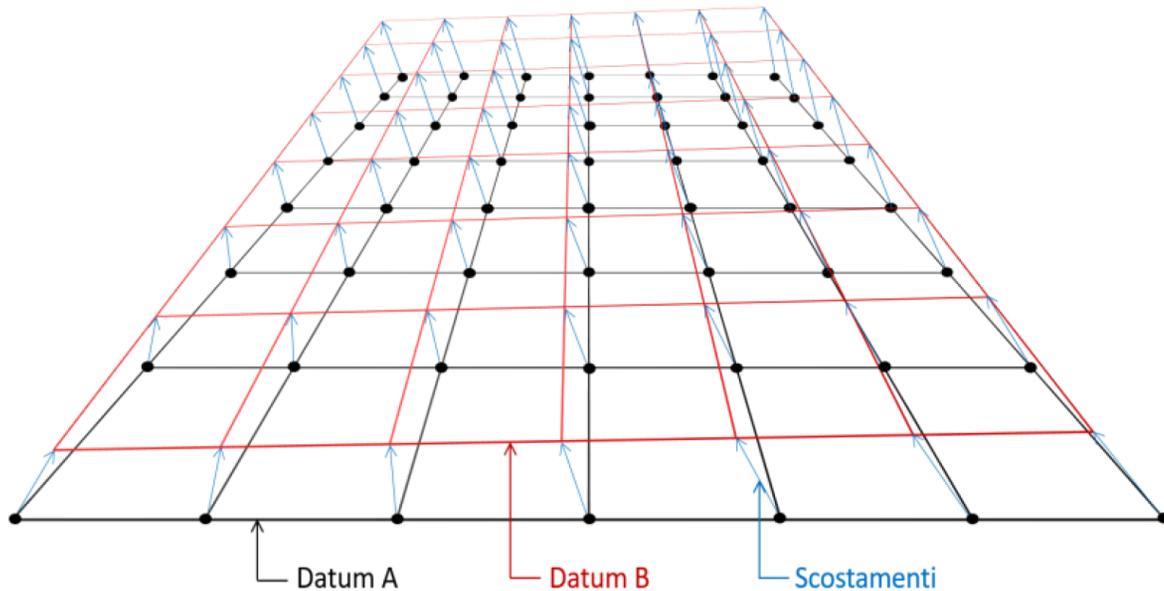
## Conversione tra SR e SC

Portare una superficie curva su un piano (da coordinate geografiche a piane) implica delle deformazioni che dobbiamo necessariamente ammettere e con cui dobbiamo convivere, trasportare le coordinate di un punto tra Sistemi di Riferimento che utilizzano due datum diversi è un'operazione piuttosto delicata, che può portare approssimazioni ed errori anche importanti.

Le formule che regolano la trasformazione tra sistemi di riferimento sono di tre tipi, e te le scrivo in ordine crescente di accuratezza:

- formule a **3** parametri (*Molodensky*);
- formule a **7** parametri (*Helmert*) o **7+3** parametri (*Molodensky-Badekas*);
- operazioni mediante **grigliati** di trasformazione.

# Cosa sono i grigliati?



La trasformazione tra le coordinate di un punto riferite a un SR A in quelle di un SR B, è espressa come correzioni costituite dalle differenze  $\Delta\varphi$  e  $\Delta\lambda$  sui nodi di una griglia.

Le correzioni dei punti intermedi (ciò che ci interessa nella maggior parte dei casi) sono ottenute per interpolazione bilineare rispetto a quelle dei quattro nodi della maglia che contiene il punto.

*Workshop Spaziali: un ciclo di eventi  
per non avere paura dell'open source.*

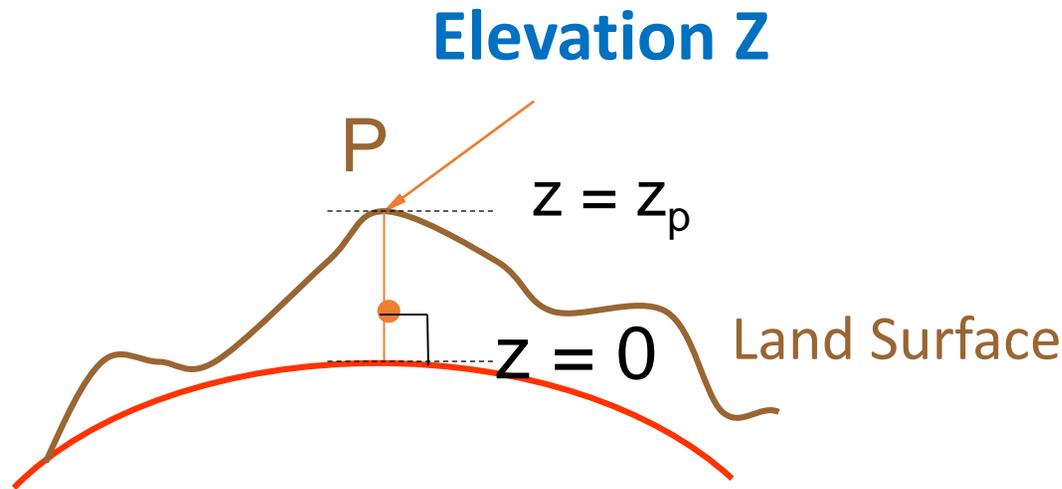
**Sistemi di riferimento e GIS.**

**Come muoversi?**

**I sistemi di riferimento altimetrici**

**Paolo DABOVE  
Federico GIANOLI  
Stefano CAMPUS**

## Definizione di altezza



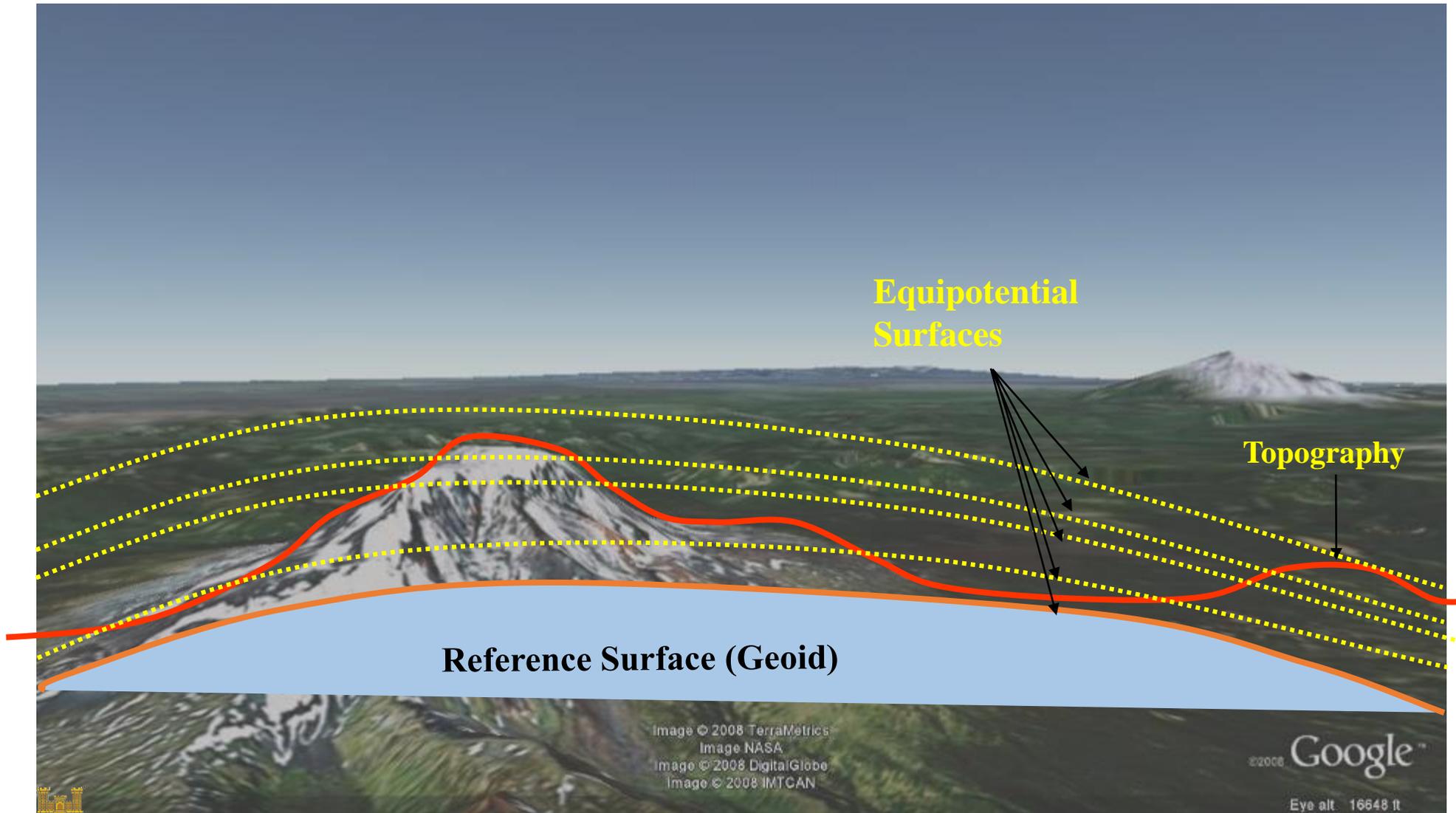
L'elevazione si misura rispetto al Geoide

Geoide: superficie equipotenziale della forza di gravità, passante per il livello medio del mare in quiete, depurato dei moti ondosi ...

solido teorico che rappresenta idealmente la Terra, la cui superficie è in ogni punto perpendicolare alla direzione della gravità

# I sistemi di riferimento altimetrici

## Il Geoide

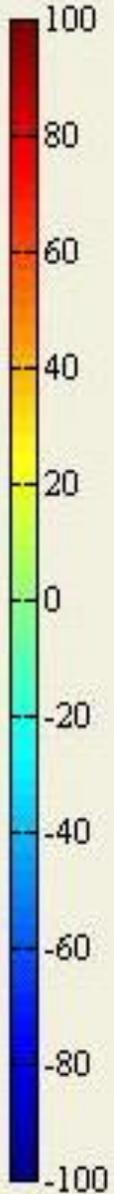
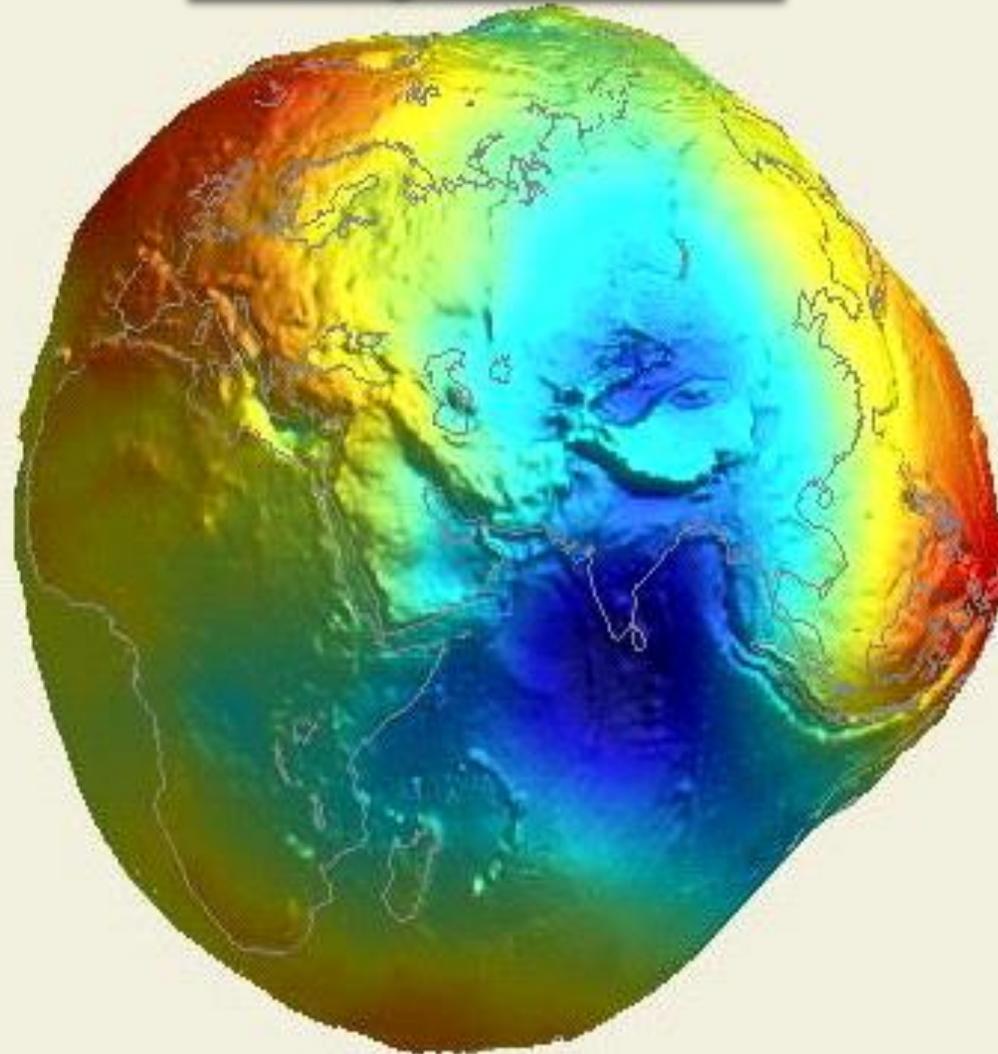


Geoid Height(m) : 2000/01/01 00:00 T= 0 H=Surface

v | m

## Geoide globale EGM96

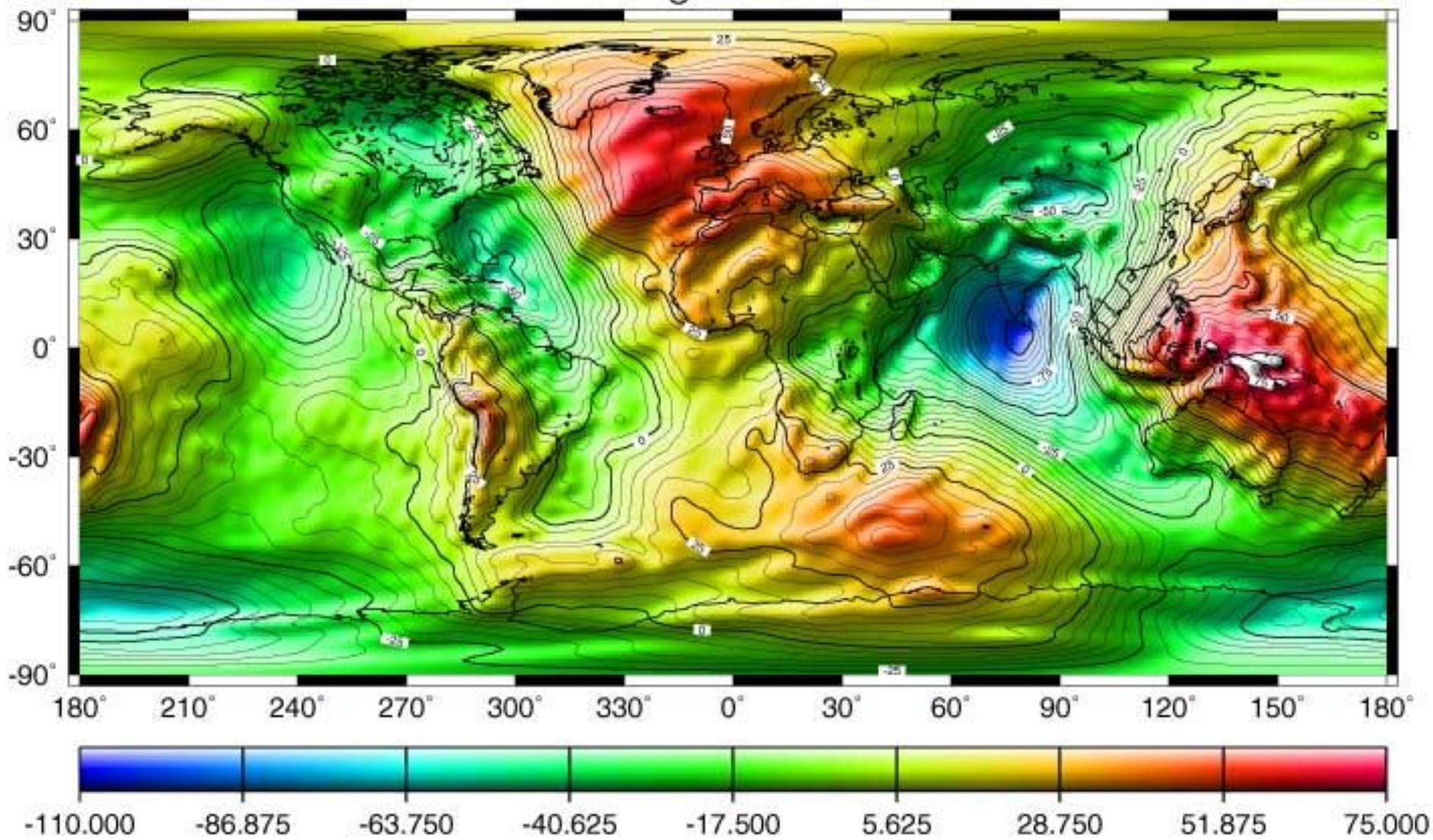
Noti, in genere, per sviluppi armonici sferici



$$\zeta_P = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( A_{n,m} \frac{R_{n,m}(\varphi, \lambda)}{\sigma^{n+1}} + B_{n,m} \frac{S_{n,m}(\varphi, \lambda)}{\sigma^{n+1}} \right)$$

# EGM96 Geoid (1998)

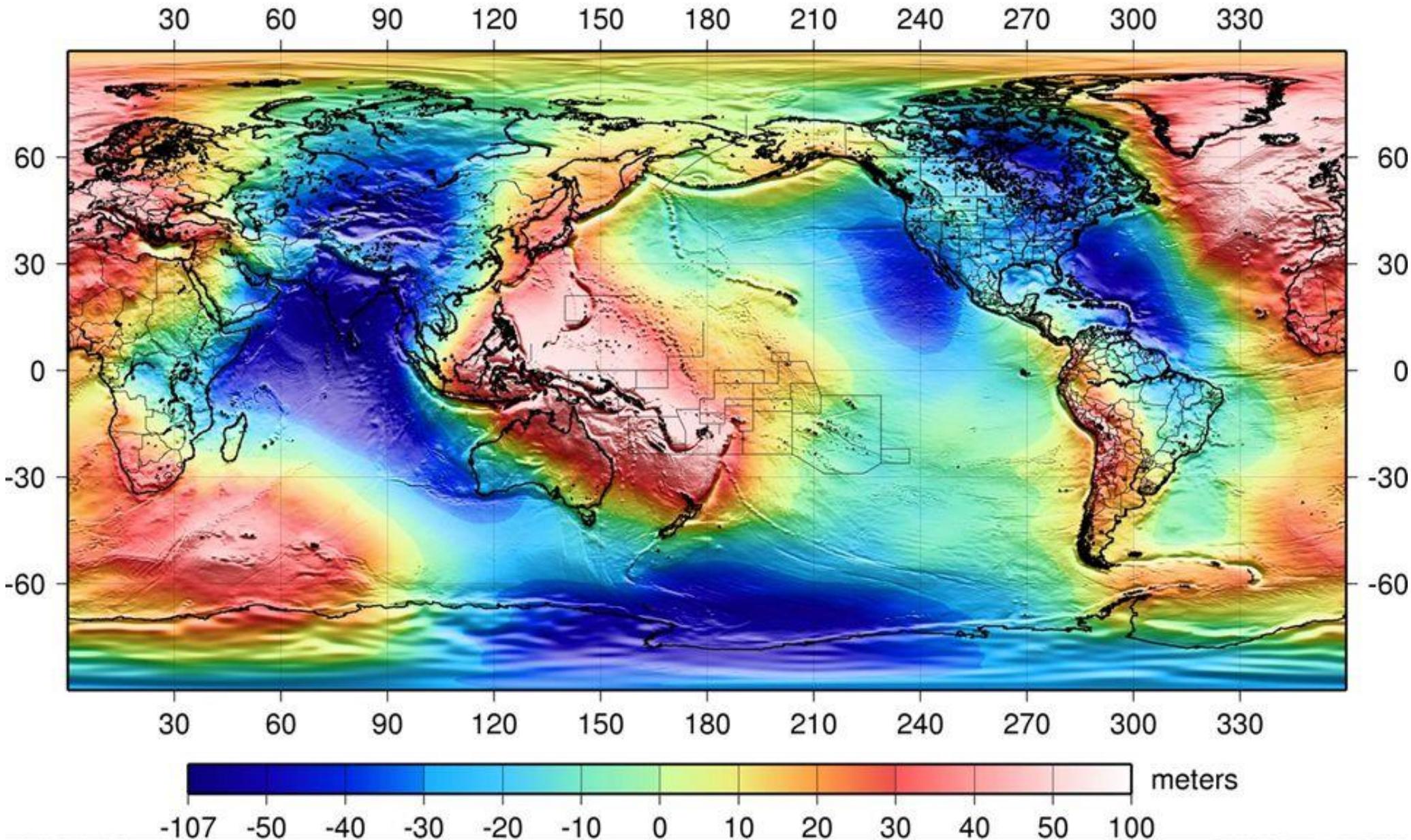
to degree 70





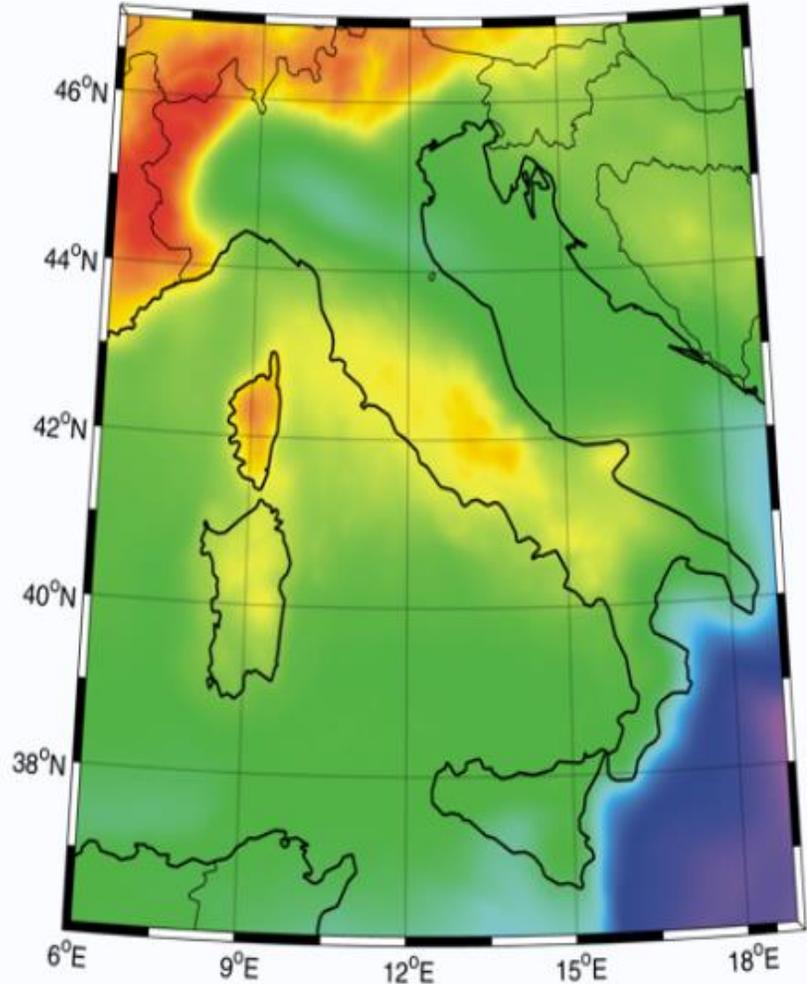
# EGM2008 Geoid Height

UNCLASSIFIED



UNCLASSIFIED

# Il modello di Geoide localizzato (ITALGEO 2005)



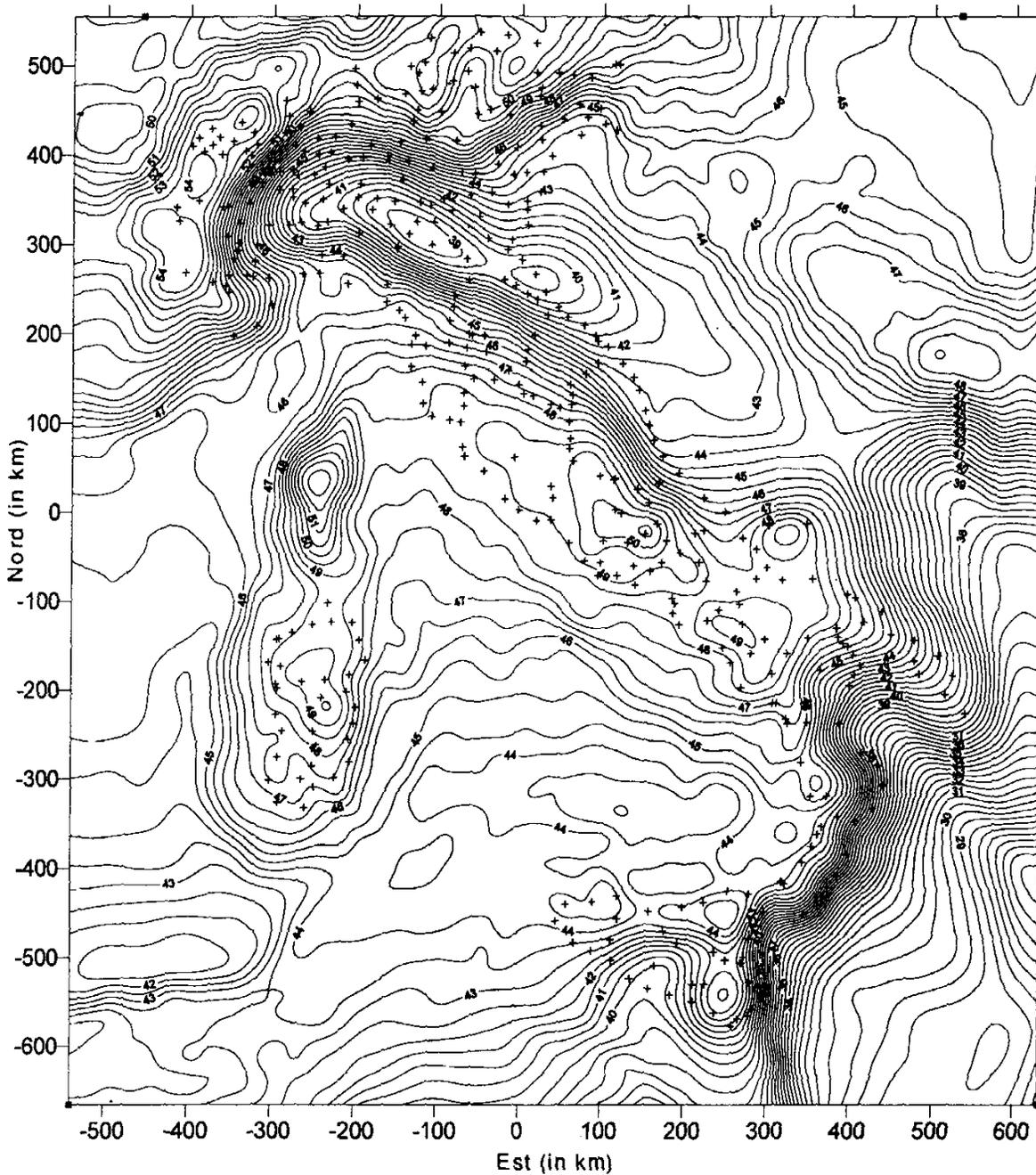
Il modello di Geoidi Italiano elaborato al Politecnico di Milano.

Spaziatura della griglia di 2' sia in latitudine che in longitudine. Il calcolo si basa sulla tecnica di remove-restore e sulla rapida collocazione.

Tale modello, integrato con dati GPS/livellazione, ha una precisione complessiva di circa 3 cm su tutta l'area italiana.

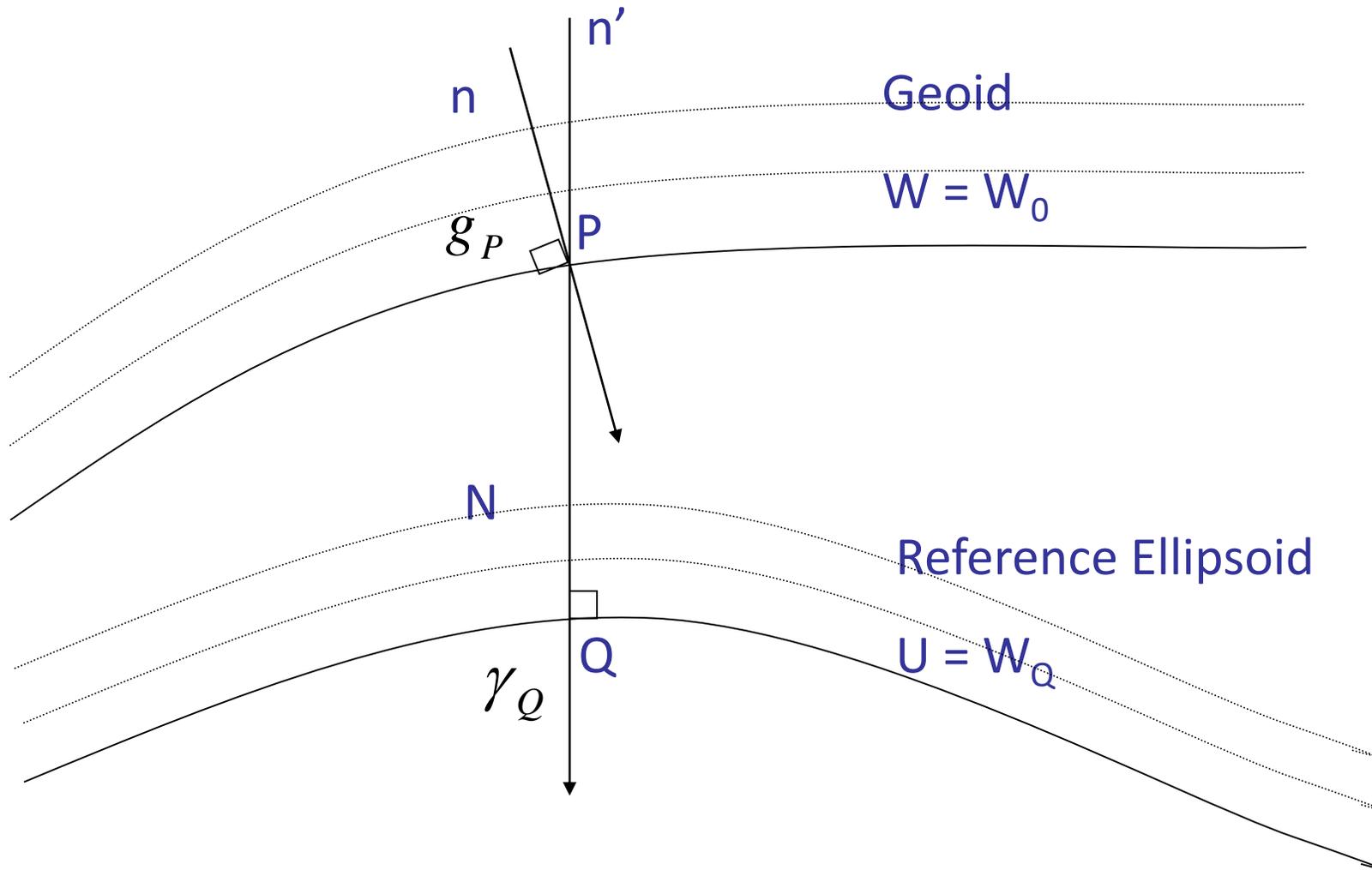
## Come sono noti i GEOIDI?

- a) In sviluppi in serie doppie armoniche sino ad ordine e grado 3600 tipico di **Geoidi globali**
- b) Su griglie equispaziate (es: griglie di Verto IGM), tipico di geoidi di Nazioni



**Geoide Italiano ITALGEO95 NOTO SU GRIGLIA**

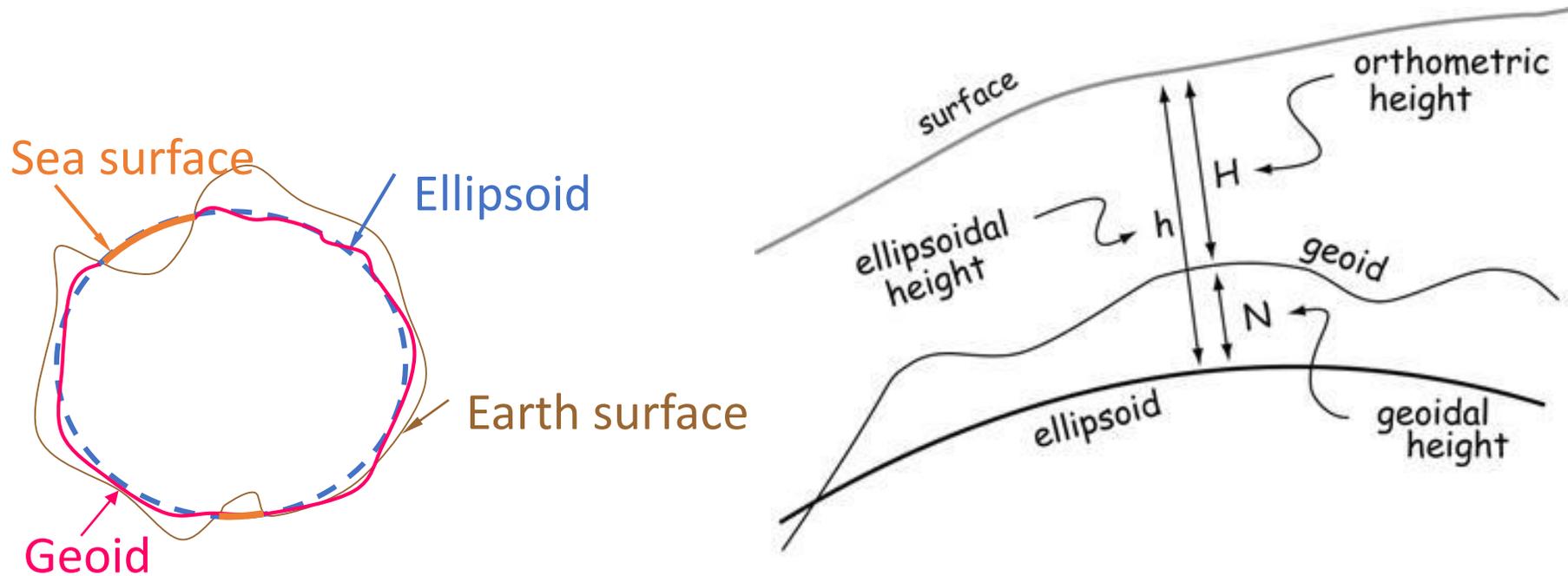
# Definizione di elevazione



From Figure 2-12, p.83 of Heiskanen and Moritz, 1967, *Physical Geodesy*

# Tre sistemi per misurare l'altezza

quale Sistema di riferimento (datum) dev'essere usato?



1. Quote ortometriche (rilievi terrestri, geoide)
2. Altezze ellissoidiche (lidar, GPS)
3. Tidal heights (livello medio del mare)

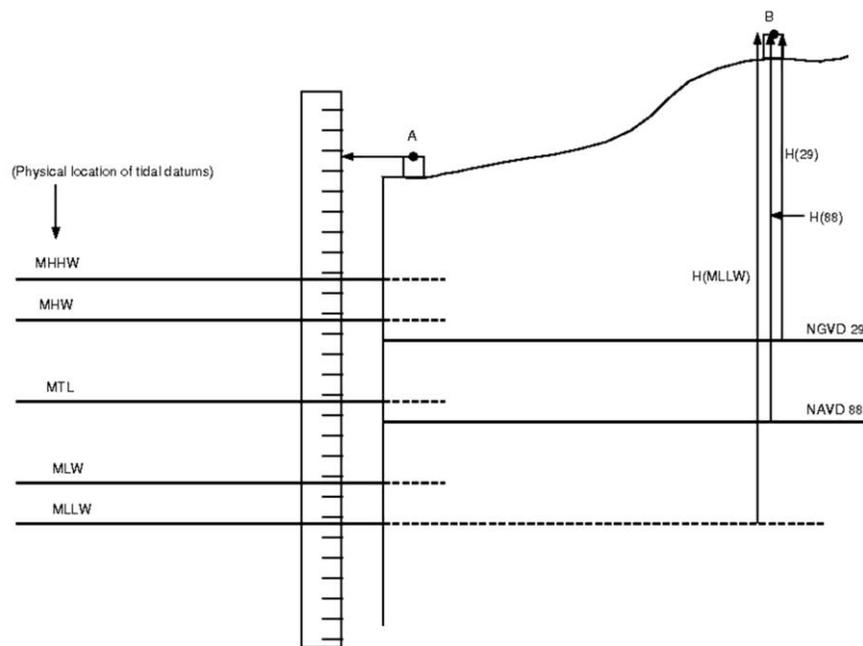
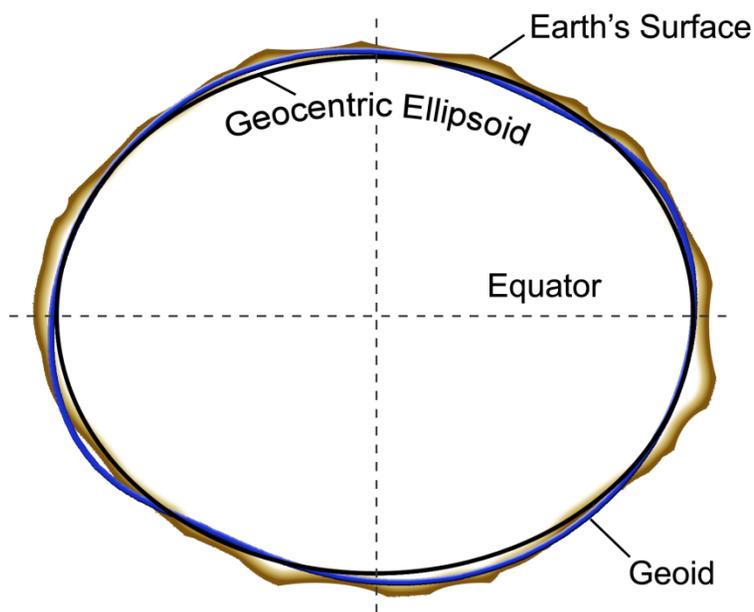
# Tre sistemi per misurare l'altezza

quale Sistema di riferimento (datum) dev'essere usato?

Quote ortometriche

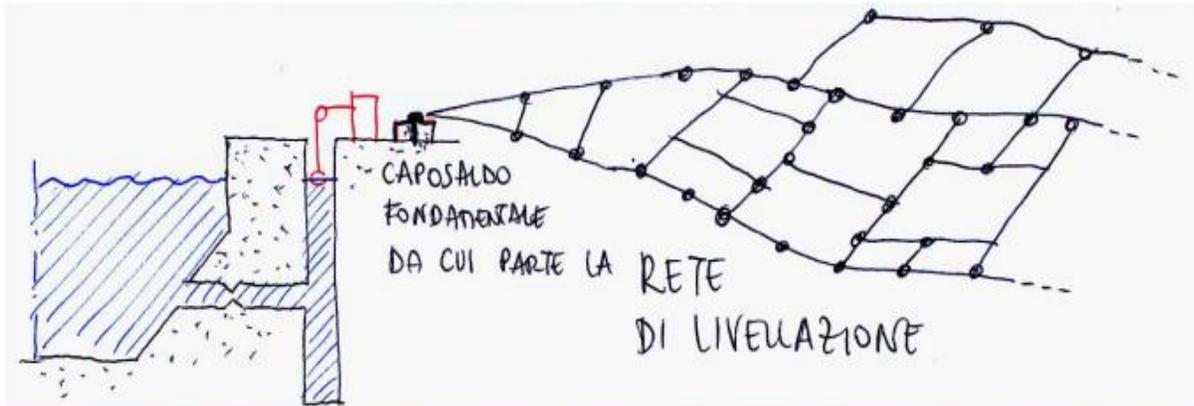
Altezze ellissoidiche

Tidal heights  
(livello medio del mare)



La conversione tra questi sistemi introduce alcune approssimazioni e incertezze

L'altezza media del mare in quiete : si può misurare in pochi punti detti mareografi. Qui ad esempio quello di Genova da cui parte la rete altimetrica



La **definizione di un datum altimetrico** consiste sostanzialmente nella individuazione di un punto al quale convenzionalmente si assegna la quota zero. Questo viene fatto in pratica mediante un **mareografo**.

Lo zero è definito convenzionalmente come **livello medio del mare** in un assegnato periodo, e riportato mediante misure di livellazione a un **caposaldo fondamentale** che è un punto materializzato stabilmente e situato nelle immediate vicinanze del mareografo, dal quale parte la **rete di livellazione nazionale**.

ISPRA  
Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale  
RETE MAREOGRAFICA NAZIONALE

HOME PAGE | IT | EN  
INFORMAZIONI | RI | PI  
STAZIONI | BACK  
SENSORI | LOGIN

**GENOVA**  
LATITUDINE 44° 24' 36.46"  
LONGITUDINE 09° 55' 31.86"  
▶ DATI RILEVATI

La stazione è situata presso l'acquario.  
La stazione mareografica è dotata di caposaldi altimetrici. Ogni caposaldo è riferito al livello medio del mare misurato a Genova dall'antico mareografo Thompson. I caposaldi sono contrassegni metallici che determinano la quota altimetrica mediante livellazione di alta precisione condotta a partire dalle linee principali stabilite dall'IGN.

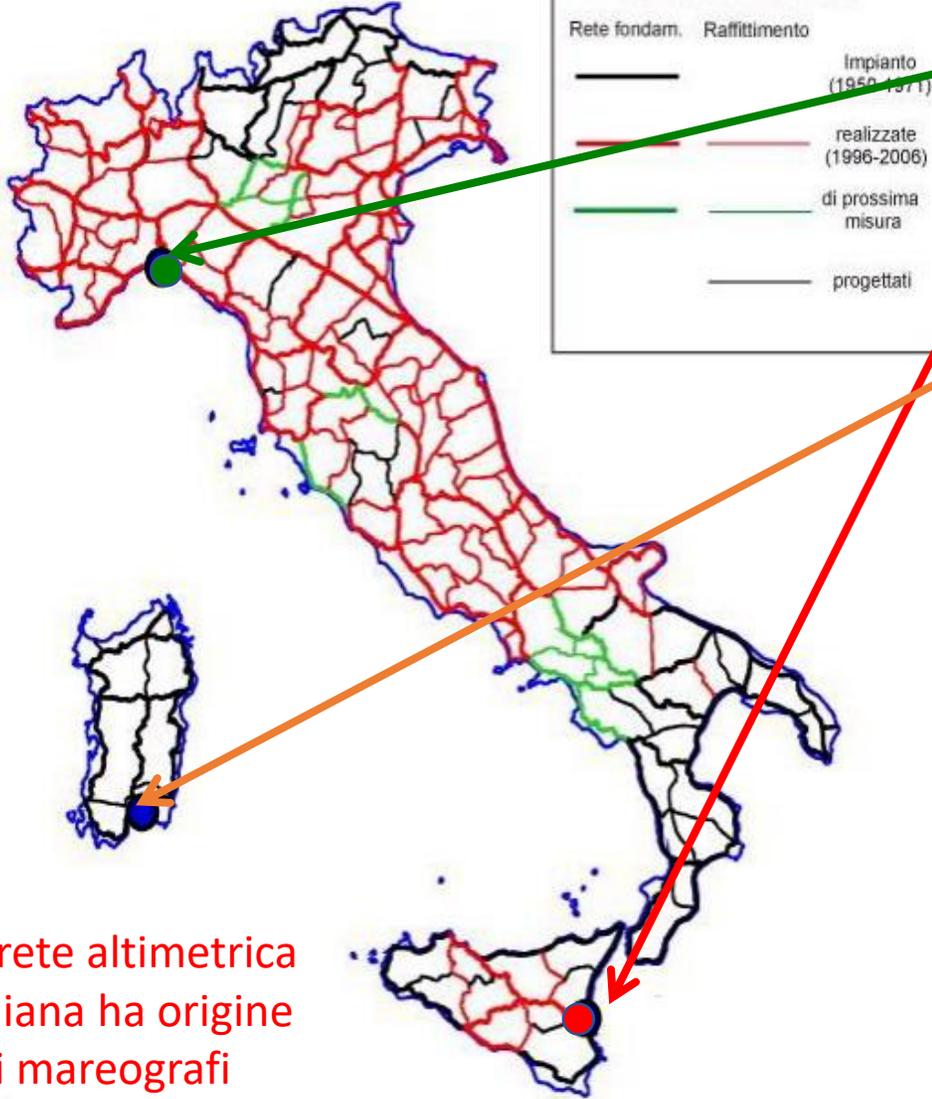
PARAMETRI MISURATI
LIVELLO IDROMETRICO ogni 10' (mareografo ad ultrasuoni)
LIVELLO IDROMETRICO in continuo (asta idrometrica)
LIVELLO IDROMETRICO in continuo (idrometrografo verticale)
TEMPERATURA ACQUA ogni 60'
TEMPERATURA ARIA ogni 60'
PRESSIONE ATMOSFERICA ogni 60'
DIREZIONE VENTO ogni 60'
VELOCITÀ VENTO ogni 60'

ANCONA  
BARI  
CAGLIARI  
CARLOFORTE  
CATANIA  
CIVITAVECCHIA  
CROTONE  
IMPERIA  
LA SPEZIA  
LAMPEDUSA  
LIVORNO  
MESSINA  
NAPOLI

FOTO ■  
MAPPA □



circa 13000 capisaldi



**RETE DI LIVELLAZIONE DI ALTA PRECISIONE**

Rete fondam.	Raffittimento	Impianto (1950-1971)
—	—	—
—	—	realizzate (1996-2006)
—	—	di prossima misura
—	—	progettati

In Italia esistono tre definizioni del datum altimetrico:

- per la **parte continentale**, mareografo di **Genova**, livello medio del mare del 1942
- per la **Sicilia**, mareografo di **Catania**, livello medio del mare del 1965
- per la **Sardegna**, mareografo di **Cagliari**, livello medio del mare del 1956

La rete altimetrica Italiana ha origine Dai mareografi

Monografia di caposaldo di livellazione IGM =>

Istituto Geografico Militare mod. 282/G-AR

---

Comando Regione Militare Nord-Ovest-Torino

Staz. CC. Gallarate

Comune Gallarate Prov. Varese

Proprietario Autorità Ecclesiastica

---

<p>Quota</p> <p>H = 238.6505</p> <p>Riferita a: csoc</p>	<p>Coordinate Gauss-Boaga</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">N</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">E</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> </tr> </table> <p>Coordinate geografiche</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">φ</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">λ</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">45° 39' 44"</td> <td style="text-align: center;">- 3° 39' 41"</td> </tr> </table>	N	E			φ	λ	45° 39' 44"	- 3° 39' 41"
N	E								
φ	λ								
45° 39' 44"	- 3° 39' 41"								

---

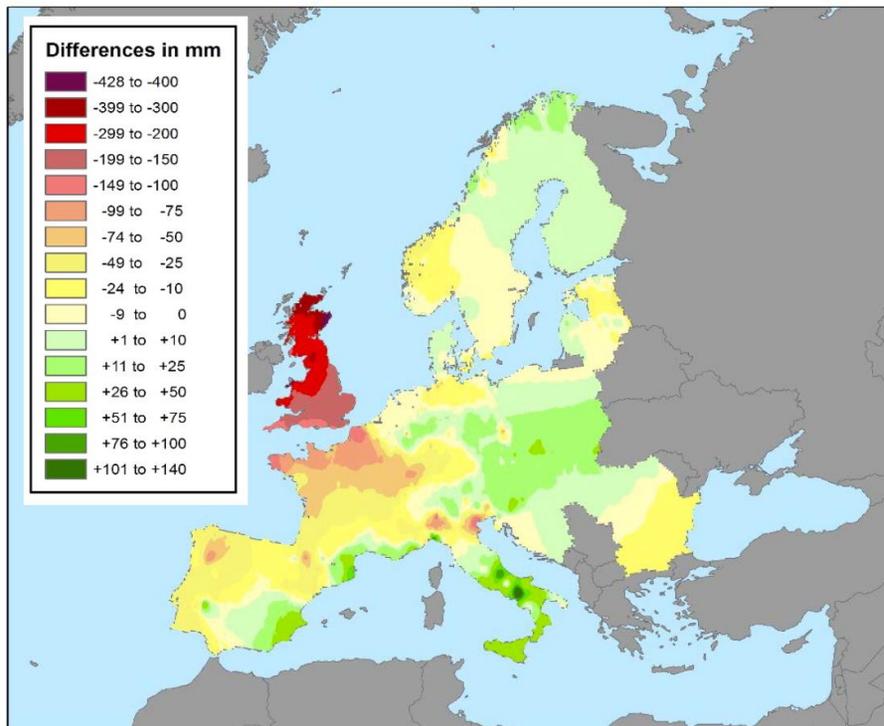
MONOGRAFIA (1953)	Pianta o Prospettino
<p>021390 GALLARATE. Chiesa di S. Francesco.</p> <p>● A 0238 alla base della facciata. 3710 spigolo di sinistra</p>	<p>Lv - III - 044 - 59/20</p>

---

Nome	Cl.	Cat.	F°	N°
GALLARATE. Chiesa di S. Francesco	Lv	III	044	● 59/20



# Verso l' European Vertical Reference System (EVRS)



Parameter	EVRF2007	EVRF2019
Number of datum points:	13	13
Number of unknowns:	7942	10698
Number of measurements:	10354	13540
Number of condition equations:	1	1
Degrees of freedom:	2413	2843
A-posteriori standard deviation referred to 1 km levelling distance in $\text{kgal}\cdot\text{mm}$ :	1.11	1.10
Mean value of the standard deviation of the adjusted geopotential numbers (heights), in $\text{kgal}\cdot\text{mm}$ :	16.00	19.34
Average redundancy:	0.233	0.210

Source:

[https://www.google.it/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjzmJzy8Z3uAhXHP0wKHQdzCQcQFjAGegQIBxAC&url=https%3A%2F%2Fpresentations.copernicus.org%2FEGU2019%2FEGU2019-1811\\_presentation.pdf&usg=AOvVaw3GYp0VsDiDLYztQ33eauVg](https://www.google.it/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjzmJzy8Z3uAhXHP0wKHQdzCQcQFjAGegQIBxAC&url=https%3A%2F%2Fpresentations.copernicus.org%2FEGU2019%2FEGU2019-1811_presentation.pdf&usg=AOvVaw3GYp0VsDiDLYztQ33eauVg)

# Verso l' European Vertical Reference System (EVRS)

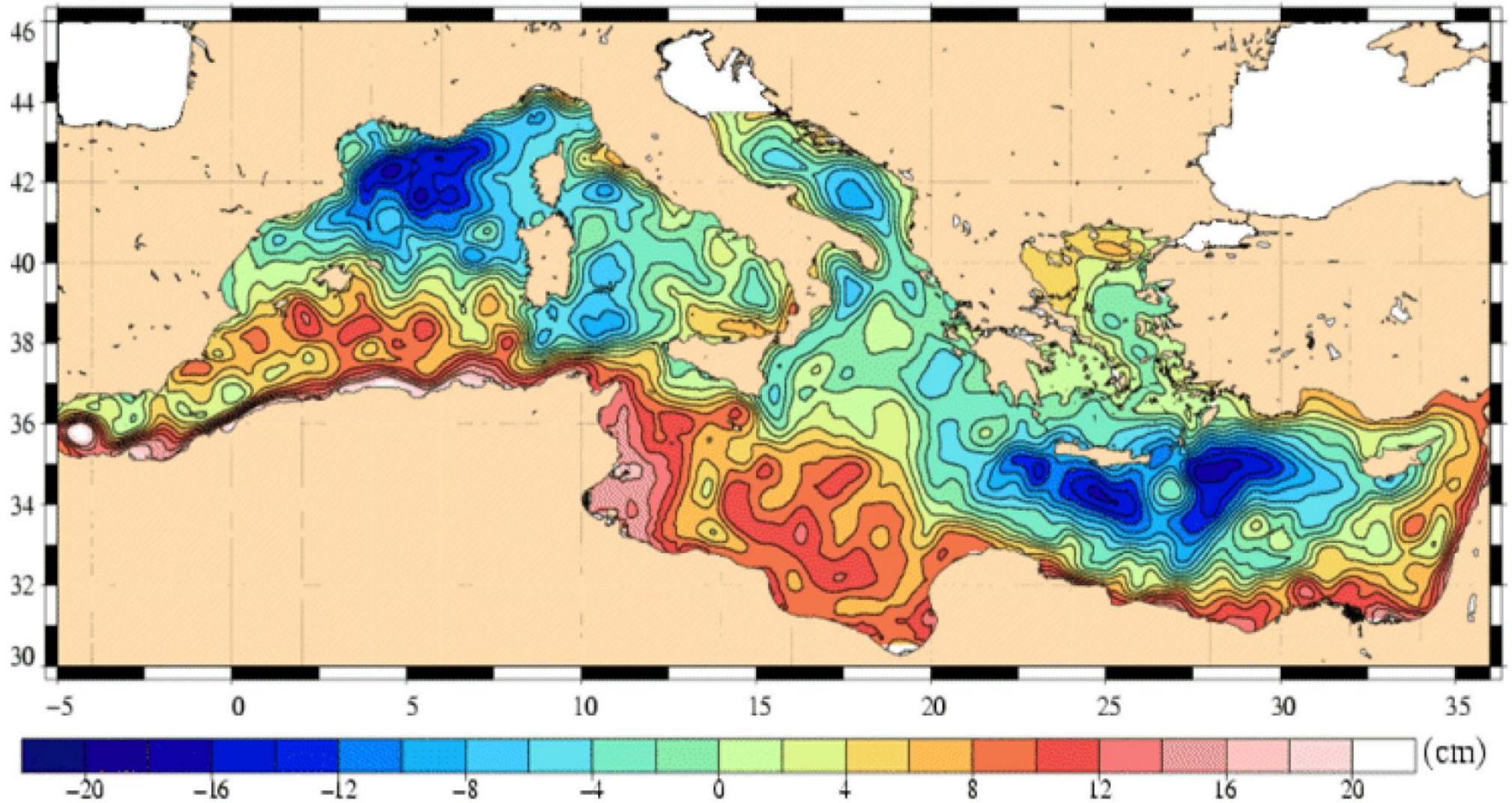
## Application of EVRS

- INSPIRE:
  - For the vertical component on land, the EVRS shall be used to express gravity related heights within its geographical scope
- National vertical reference systems can still be used
- Direct use of points (1. order) with heights in EVRF for cross-border projects
- Use of transformations national heights → heights in EVRF
  - <http://www.crs-geo.eu>
  - Future: transformation grid
- Goal for the future: Possibility to compute physical heights from GNSS measurements + European quasi-geoid model
- Fitting the gravimetric European quasi-geoid to GNSS/leveling points
- update of EUVN\_DA

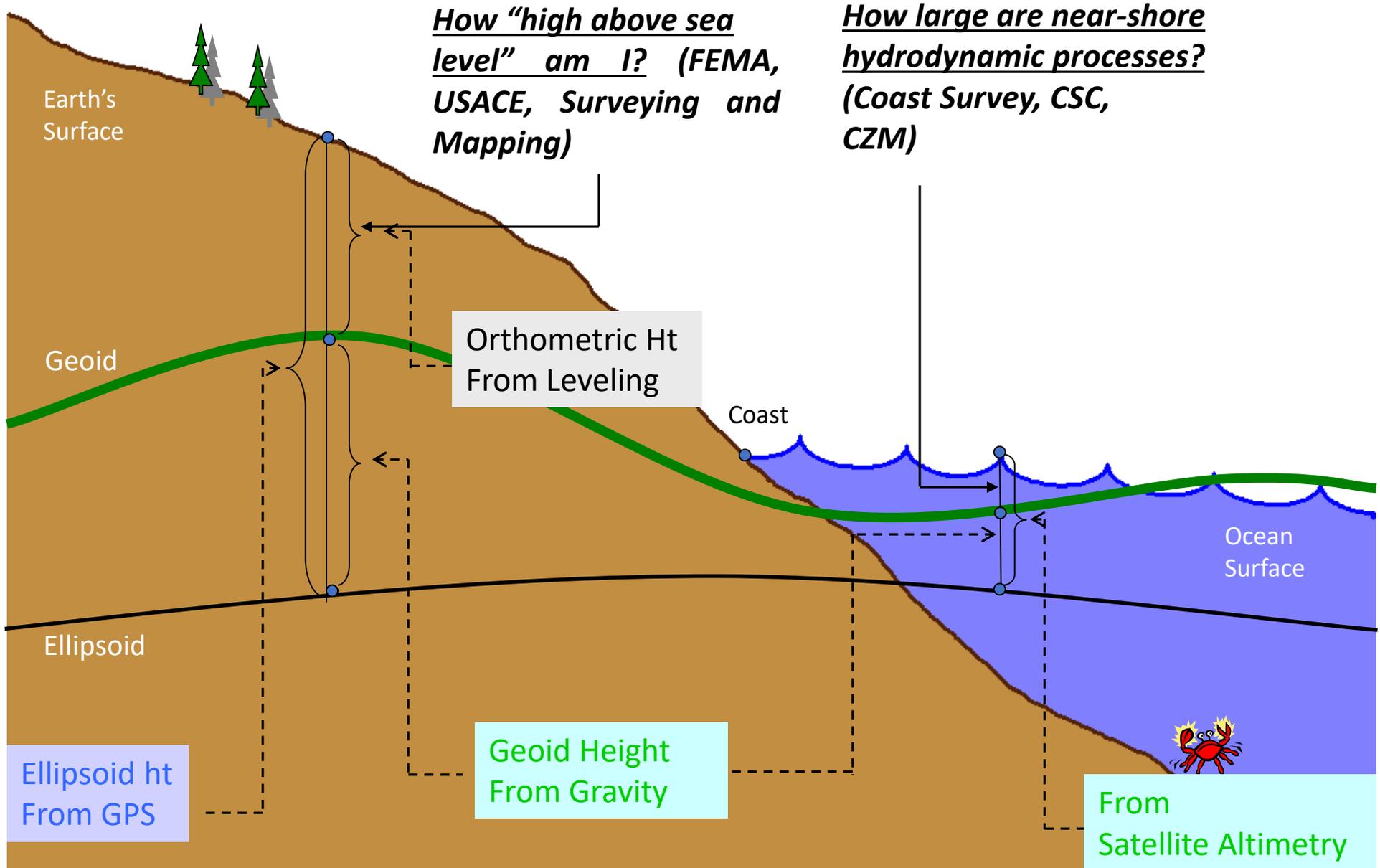
Source:

[https://www.google.it/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjzmJzy8Z3uAhXHPOwKHQdzCQcQFjAGegQIBxAC&url=https%3A%2F%2Fpresentations.copernicus.org%2FEGU2019%2FEGU2019-1811\\_presentation.pdf&usg=AOvVaw3GYp0VsDiDLYztQ33eauVg](https://www.google.it/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjzmJzy8Z3uAhXHPOwKHQdzCQcQFjAGegQIBxAC&url=https%3A%2F%2Fpresentations.copernicus.org%2FEGU2019%2FEGU2019-1811_presentation.pdf&usg=AOvVaw3GYp0VsDiDLYztQ33eauVg)

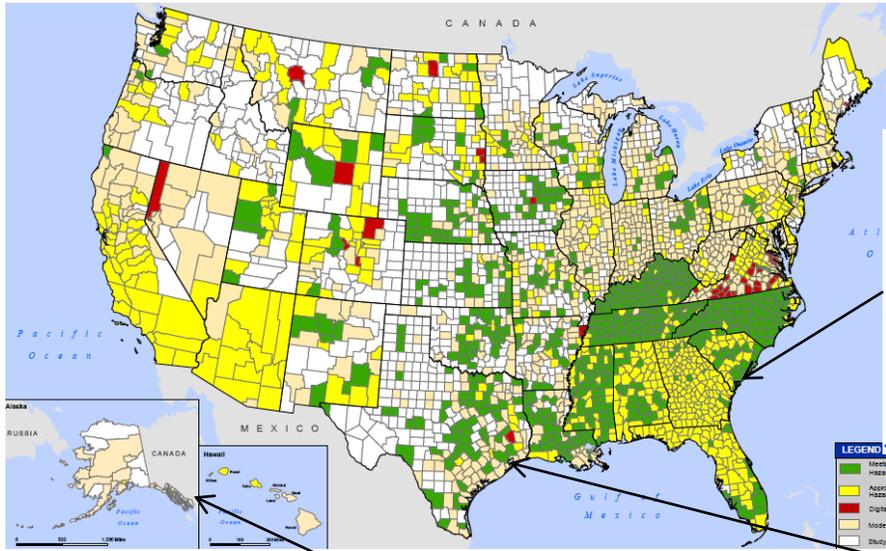
## Sea Surface Topography nel mar Mediterraneo



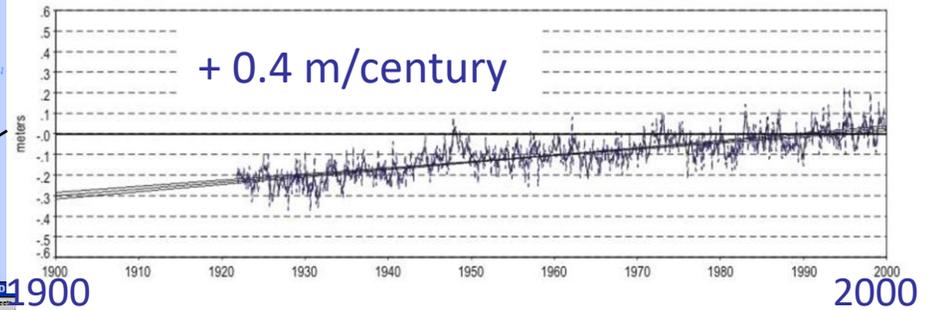
# Le misure gravimetriche ci aiutano a rispondere a due domande importanti...



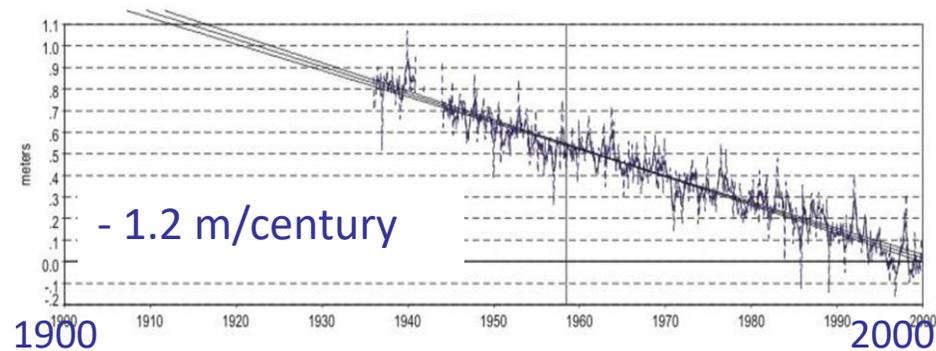
# Trends nella stima del livello del mare (anche in ottica di cambiamenti climatici)



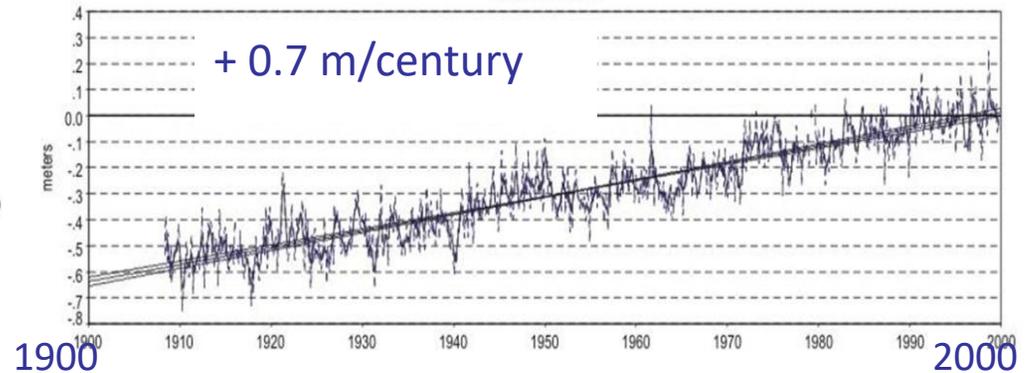
Charleston, SC



Juneau, AK



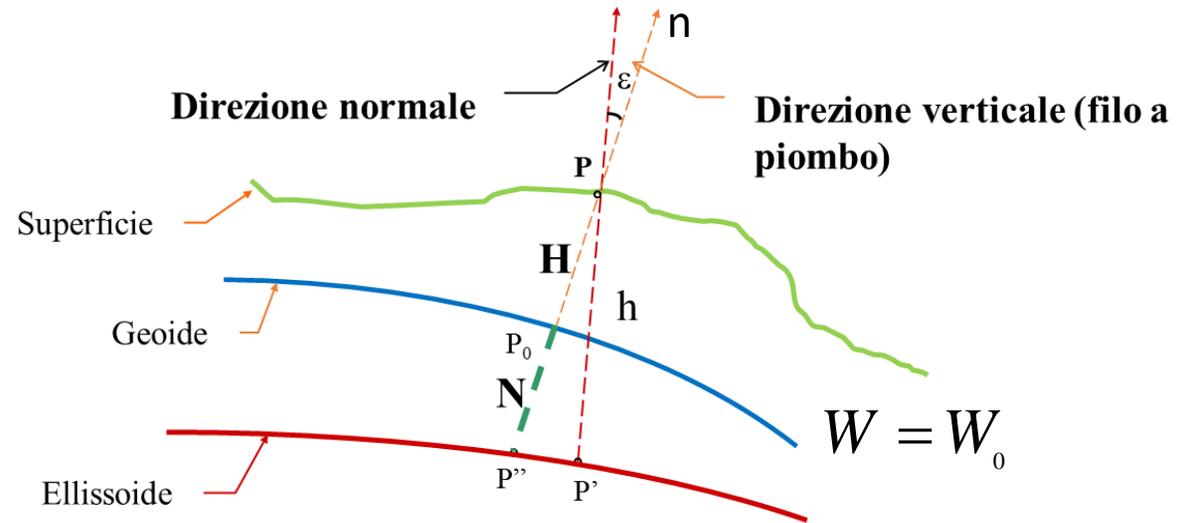
Galveston, TX



Conviene riferirsi al campo del potenziale di gravità

Occorre definire meglio il geode: non è la superficie media del mare in quiete!

Cos'è una quota ortometrica



$$H_P = \int_{P_0}^P dn$$

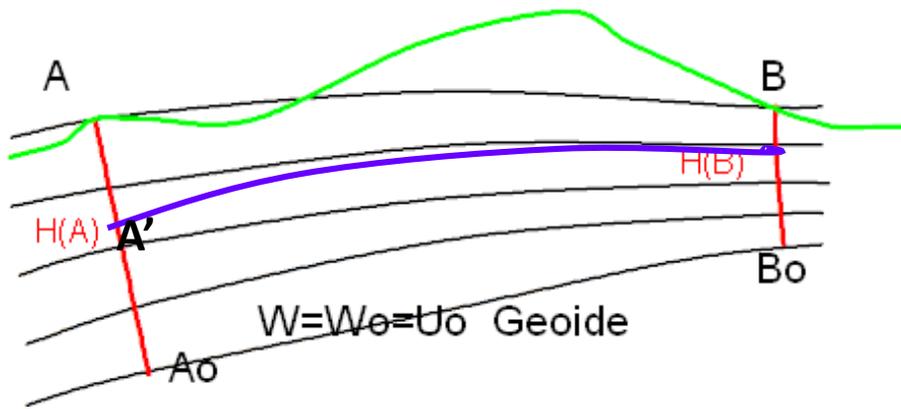
Dove  $n$  è il versore unitario  $n$  diretto come la linea di forza e di verso opposto

$h$  invece è l'altezza ellissoidica e, ricordiamo  $N = h - H$

Mentre l'Ellissoide rappresenta la superficie di livello del campo normale  $U$ ,  
 Il geode rappresenta la superficie del campo anomalo  $T$   
 In media, sul globo,  $T=0$ , ma non sulle singole regioni.

$$W = U + T$$

$$M[W] = W_0 = M[U + T] = M[U] = U_0$$



$$dW = -gdn$$

$$H_A = \int_{A_0}^A dn \quad W_A = W_B \Rightarrow \oint gdn = 0$$

$$H_A \neq H_B \Rightarrow \oint gdn \neq 0$$

Primo problema:

Le quote sono misurate sulle direzioni delle linee di forza

Se A e B sono due punti del terreno possono avere uguale potenziale ma diversa quota ortometrica:  $H_A \neq H_B$

L'acqua segue il potenziale W, apparentemente sembra che vada da A a B

In realtà va da B ad A!

Nel disegno la gravità è maggiore in B i quanto le linee equipotenziali si avvicinano:

la variazione del potenziale è più forte. Si ha infatti che  $g = - \text{grad } W$

Con una livellazione io misuro l'integrale / o la somma dei  $\Delta n$   $H_A = \int_{A_0}^A dn$

Se andassi da  $A_0$  ad A e da A a B con una livellazione troverei  $H(B) = H(A)$ , che è falso,  $H(B)$  infatti è minore ... potrei diminuire le quote mano a mano che g aumenta?

Se viceversa partissi da  $B_0$ , per B e per A troverei  $H(B) = H(A)$  :  $H(A)$  è maggiore! ... correggo in aumento le quote via via che g diminuisce?

È il principio della correzione gravimetrica. Servono, nel percorso, misure di gravità.



## Che relazione c'è tra $H^N$ e $H$ ?

$$h = H + N \quad \text{dove} \quad \zeta = \frac{T_P}{\gamma} \quad \text{o meglio} \quad \zeta = \frac{T_P}{\gamma_Q}$$

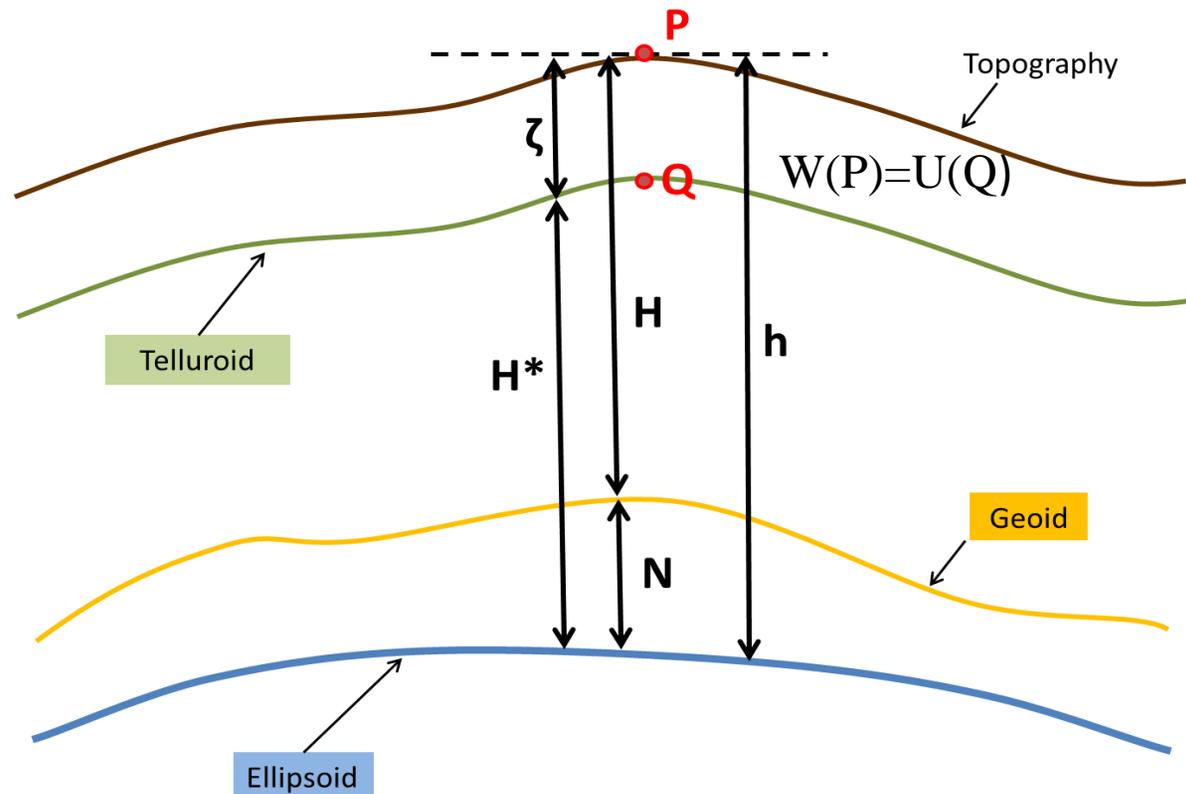
$$h = H^N + \zeta$$

$\zeta$  si chiama **anomalia d'altezza**, la sua superficie sotto P si chiama "**Telluroide**"  
 Si calcola usualmente con misure gravimetriche

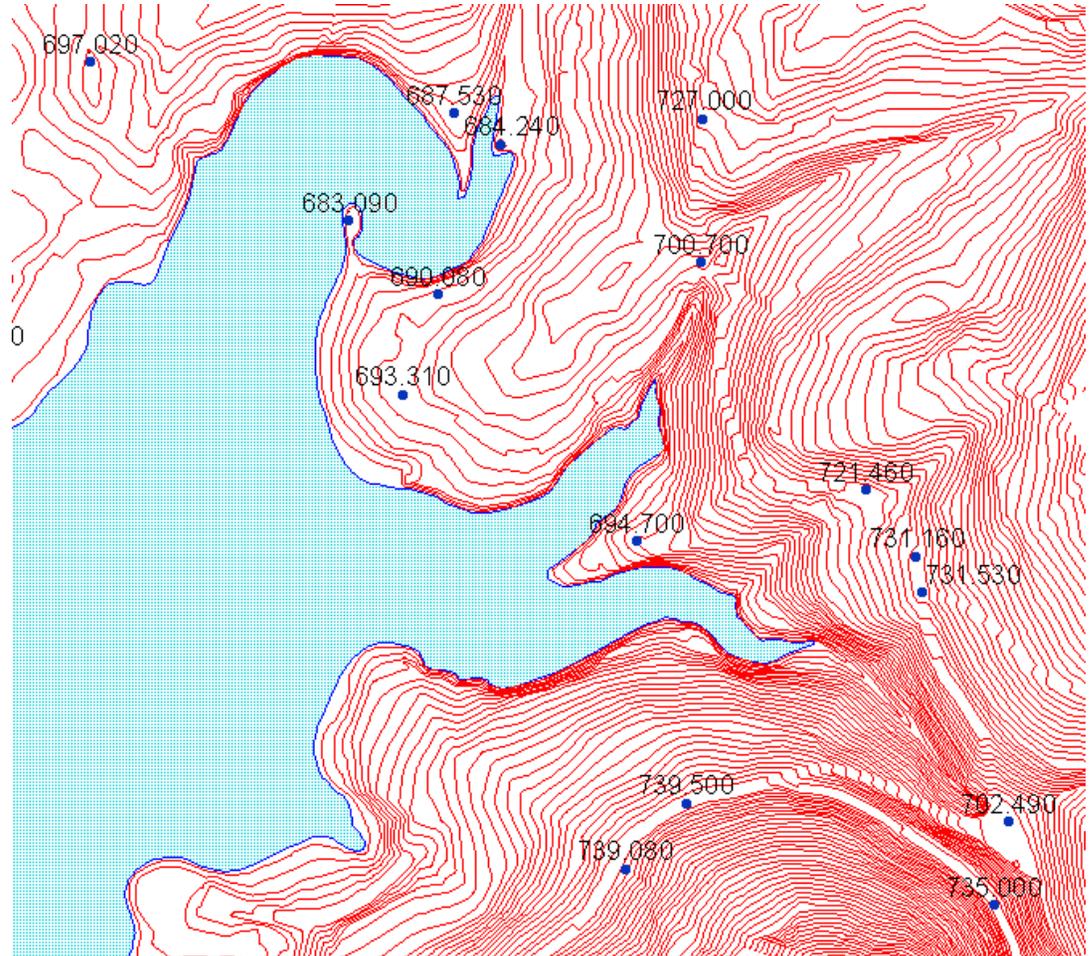
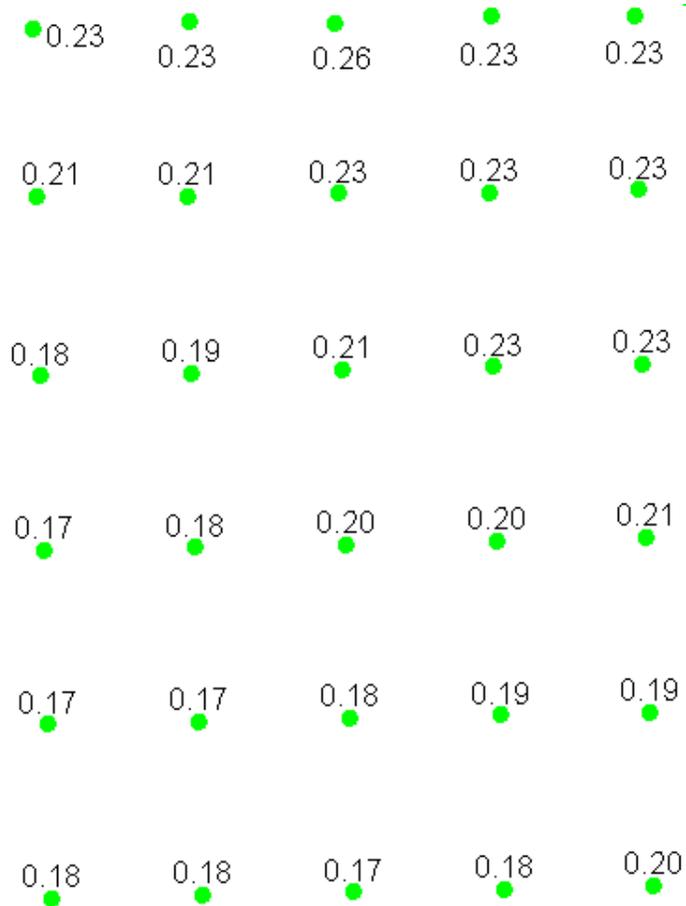
$$H^N - H = N - \zeta = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H$$

$\zeta$  si misura con migliore precisione di  $N$  perché:

- Perché deriva da misure gravimetriche superficiali
- Si ricava da  $T$  noto in sviluppi in armoniche sferiche.



# Convertire datum verticali



File contenente le differenze altimetriche tra Datum1 e Datum2

Datum1 terrain + adjustment = Datum2 terrain elevation



# Conversioni di coordinate per le Regioni



INPUT (epsg: 6707)		File da trattare:			OUTPUT (epsg: 6707)		
<b>Geografiche</b> ETRS89 <input type="checkbox"/> ? <input type="radio"/> ETRF2000 <input type="radio"/> ETRF89 <input type="radio"/> ROMA40 <input type="radio"/> ED50	<b>Piane</b> ETRS89 <input checked="" type="radio"/> UTM-ETRF2000 <input type="radio"/> UTM-ETRF89 <input type="radio"/> Gauss-Boaga <input type="radio"/> UTM-ED50	Selezione file ... Elimina voce Opzioni ...	Intera cartella ... Svuota lista ... Sistema catastale...	Trascinare qui i file da trattare		<b>Geografiche</b> ETRS89 <input type="checkbox"/> ? <input type="radio"/> ETRF2000 <input type="radio"/> ETRF89 <input type="radio"/> ROMA40 <input type="radio"/> ED50	<b>Piane</b> ETRS89 <input checked="" type="radio"/> UTM-ETRF2000 <input type="radio"/> UTM-ETRF89 <input type="radio"/> Gauss-Boaga <input type="radio"/> UTM-ED50
SIST. CATASTALE <input type="radio"/> (Siena)				SIST. CATASTALE <input type="radio"/> (Siena)			
QUOTA : <input checked="" type="radio"/> Ellissoidica E00 <input type="radio"/> Geoidica <input type="radio"/> Non modificare <input type="checkbox"/> Auto				QUOTA : <input type="radio"/> Ellissoidica E00 <input checked="" type="radio"/> Geoidica <input type="radio"/> Stessa di input <input type="checkbox"/> Auto			
Fuso proiezione <input checked="" type="radio"/> 32 <input type="radio"/> 33 <input type="radio"/> 34 <input type="radio"/> Fuso Italia <input type="radio"/> Fuso "12"				Fuso proiezione <input checked="" type="radio"/> 32 <input type="radio"/> 33 <input type="radio"/> 34 <input type="radio"/> Fuso Italia <input type="radio"/> Fuso "12"			
Origine longitudini <input checked="" type="radio"/> Greenwich <input type="radio"/> Roma M.M.				Origine longitudini <input checked="" type="radio"/> Greenwich <input type="radio"/> Roma M.M.			
Formato file con liste di coordinate ...				Formato file con liste di coordinate ...			
Codice Est Nord Quo				Codice Est Nord Quo			

Posiz. grigliati:  N. grigliati presenti :

/  File in corso:

# Quali sono le modalità appropriate (corrette)?

Modalità OTF (On-The-Fly, ovvero 'al volo') → Attenzione!!

Modalità 'rigorosa':

- Uso di GRIGLIATI:
  - .gk1 (ITALGEO99)
  - .gk2 (ITALGEO05)
  - NTV2 (formato canadese, che sta diventando standard internazionale)
- programmi come
  - Verto
  - Cartlab
  - ConverGo

Ma quindi perché i grigliati?

→ Perché la deformazione non è una formula

→ Perché non lo è neppure il geoide rispetto all'ellissoide